

聚合干扰下 LoRa 网络吞吐量模型构建及其性能分析

张帅¹ 李艳^{2*} 陈琼¹ 陈佳¹

1. 武汉第二船舶设计研究所 湖北武汉 430025; 2. 武汉晴川学院 湖北武汉 430204

【摘要】本文建立了无时隙ALOHA下LoRa网络信干比模型,在此基础上详细推导了LoRa数据包空中时间(Time of Air, ToA)、碰撞概率数学表达式。通过掌握碰撞干扰和干扰阈值,推导数据包持续时间数学表达式,建立聚合干扰下LoRa网络信干比(Signal to Interference Ratio, SIR)模型;联系噪声影响对PSP影响的数学表达式,完成噪声和干扰综合影响下LoRa网络平均PSP模型和吞吐量模型构建,并对平均PSP和吞吐量性能进行分析。

【关键词】LoRa; 网络吞吐量; 平均PSP;

Construction and Performance Analysis of LoRa Network Throughput Model under Aggregation Interference

Zhang Shuai¹ Li Yan^{2*} Chen Qiong¹ Chen Jia¹

1. Wuhan Second Ship Design and Research Institute, Wuhan 430025, Hubei; 2. Wuhan Qingchuan College, Wuhan, Hubei 430204

【Abstract】This article establishes a signal to interference ratio model for LoRa networks under slotted ALOHA, and based on this, derives in detail the mathematical expressions for Time of Air (ToA) and collision probability of LoRa data packets. By mastering collision interference and interference thresholds, deriving mathematical expressions for packet duration, and establishing a Signal to Interference Ratio (SIR) model for LoRa networks under aggregated interference; Connect the mathematical expression of the impact of noise on PSP, construct the average PSP model and throughput model of LoRa network under the comprehensive influence of noise and interference, and analyze the performance of average PSP and throughput.

【Key words】LoRa; Network throughput; Average PSP;

1、LoRa 网络信干比模型建立

本文考虑一个半径为 R 的上行 LoRa 网络, 由一个网管和 N 个终端设备组成。假设网管和终端设备之间的通道为瑞利信道, 网关位于圆形网络中心, 终端设备按照齐次泊松点过程 (Poisson Point Process, PPP) 分布于网络中, 密度 $\rho = \bar{N}/\pi R^2$, 其中 \bar{N} 为泊松随机变量 N 的平均值。定义集合 $S = \{1, 2, 3, \dots, S\}$, 每个终端从集合 S 中分配一个索引 \hat{s} , 参数 S 定义了可用 SFs 集合的基数 $S = |S|$ 。LoRa 网络如图 1 所示。

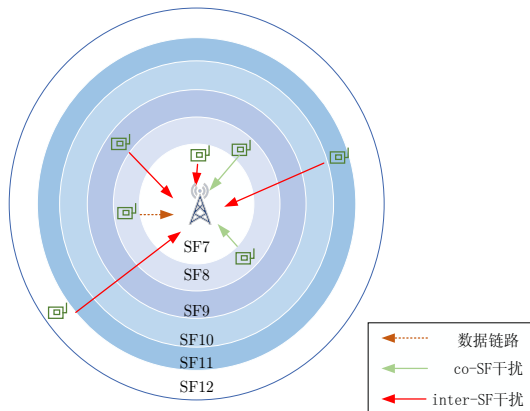


图 1 终端设备在不同的 SF 上同时传输的 LoRaWAN 网络
选取参考节点 i , 干扰节点 j 和 k , 其中节点 i 和 j 采用相同 SF 进行调制, i 和 k 采用不同 SF 调制。假设三个节点周期 T_c 内使用无时隙 ALOHA 协议随机传输, 则节点 j 和 k

可作为节点 i 的干扰源。将聚合干扰下碰撞重叠时间的概率密度函数 (Probability Density Function, PDF) 定义为:

$$f_{t_{i,s}}(t) = \left(1 - \frac{t_s(2T_c - t_s)}{T_c^2}\right) \delta(t) + \frac{2t}{T_c^2} + \frac{2}{T_c} \left(1 - \frac{t_s}{T_c}\right) \quad (1)$$

其中, $\delta(\cdot)$ 是狄拉克函数, t_s 为 SF 的数据包持续时间, $t_{i,s}$ 为聚合干扰场景下碰撞重叠时间。式中右边第一项表示在没有数据包碰撞下的 PDF, 第二项表示包碰撞 (重叠) 情况下的 PDF (即数据包完全重叠或部分重叠)。在 (1) 式中, 求解出 t_s 至关重要。而某一节点的数据包持续时间 t_s 与 LoRa 帧结构有关。

LoRa 物理帧包括三个元素: 前导码、帧头、有效数据和循环冗余校验 (Cyclic Redundancy Check, CRC), 如图 2 所示。

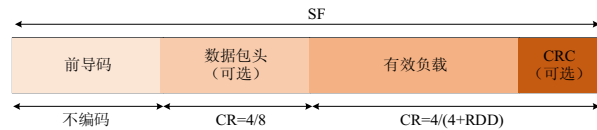


图 2 LoRa 帧结构

2 LoRa 网络吞吐量模型构建

在 LoRa 网络中, LoRa 数据传输过程中既受到信道噪声干扰影响, 也无法避免数据包之间发生重叠后不被网关捕获, 这两种情况均可能导致数据解调失败, 从而导致丢包, 继而数据包到达率和吞吐量下降。

假设数据传输节点因信道噪声导致数据帧错误概率为 P_e (误帧率), 数据成功到达率为 P_{ne} ; 因数据包碰撞导致数据帧错误的概率为 P_c (碰撞概率), 不碰撞概率为 P_{nc} 。

则参考节点 i 被单个节点干扰的 PSP 可表示为:

$$PSP = P_{ne} \cdot P_{nc} \quad (2)$$

根据 co-SF 和 inter-SF 共存的情况, 参考节点 i 被单个节点干扰的不碰撞概率 P_{nc} 可以表示为:

$$P_{nc} = P_{nc_co} \cdot P_{nc_inter} \quad (3)$$

PSP 表征 LoRaWAN 中数据传输的可靠性, 是评估 LoRa 网络数据吞吐量和性能的重要指标, 是吞吐量模型中的重要参数。因此, 下面将进行详细推导 PSP 模型。

根据 LoRa 物理层架构, LoRa 信号解调后经对角交织矩阵进入汉明译码模块。假设 LoRa 解调符号经解交织后的错误比特均匀分布在汉明码码字中。考虑到信道衰落和节点与网关间的距离, 可以将汉明码的码片不发生错误, 即信道噪声干扰影响下数据包成功到达的概率表示为:

$$P_{ne} = \exp\left(-\frac{\Delta_s N_0 r^\alpha}{PA_0}\right) \quad (4)$$

其中, Δ_s 表示所选择的参考节点所对应的被噪声影响下仍能顺利传输的 SNR 阈值。 $N_0 = BW \cdot K \cdot T$ 为噪声功率, 其中 BW 为信道带宽, K 为开尔文常数, T 为温度。 P 为终端设备的发射功率, α 表示路径衰落系数。这时误帧率可以表示为:

$$P_e = 1 - P_{ne}^M \quad (5)$$

其中, $M = \text{ceil}\left(\frac{PL}{4}\right)$ 为分组数量, $\text{ceil}(\ast)$ 函数

表示为向上取整。

则 LoRa 网络中单个节点不发生碰撞的概率可以表示为:

$$P_{nc} = \sum_{\hat{s} \in \phi_{S_i/S_j}} P_{nc_co} \cdot \sum_{\hat{s} \in \phi_{S_i/S_j}} P_{nc_inter} \quad (6)$$

LoRa 网络吞吐量指单位时间内传输的数据比特数, 即在无帧丢失情况下, 网关能够接收的数据最大数据速率。可以表示为单个节点比特率与 PSP 的乘积:

$$S = R_b \cdot PSP$$

$$R_b = \frac{BW \cdot SF}{2^{SF}} \quad (7)$$

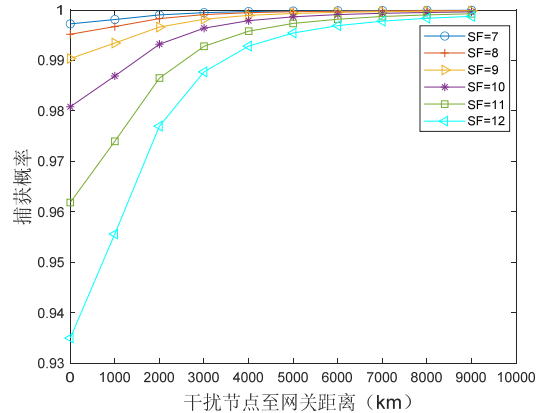
则整个 LoRa 网络中平均数据吞吐量为所有节点吞吐量的平均值, 具体可以表示为:

$$\bar{S} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i \quad (8)$$

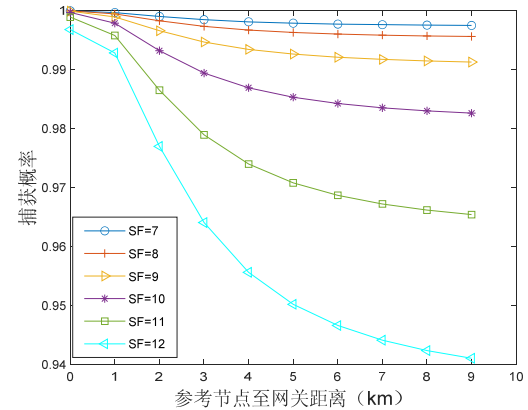
3 仿真结果及分析

搭建好 LoRa 网络模型后将 PSP 拆解为捕获概率和噪声影响下数据包到达率两个部分, 通过仿真实验分别分析不同 SFs 对 PSP 影响。

假设 LoRa 网络中有两个具有 co-SF 干扰的终端节点, 参考节点到网关与干扰节点到网关距离分别为 2km 时, 捕获概率与 SF 和节点至网关的距离如图 3.1 (a)、(b) 所示。



(a) 干扰节点到网关距离曲线



(b) 参考节点到网关距离曲线

图 3.1 捕获概率曲线

根据图 3.1 (a), 随着干扰节点到网关距离增大, 捕获概率也随之增大, 这是由于在固定参考节点到网关距离的情况下, 干扰节点距离网关越远, 其与参考节点发生碰撞的可能性越小; 而 SF 越大, 捕获概率越低, 这是因为随着 SF 增大, 数据包的空中时间也会增加, 这会导致碰撞概率增大, 因而捕获概率降低。同理, 由图 3.1 (b) 可知, 参考节点距离网关越远, 捕获概率越低; SF 越大, 捕获概率越低。

P_{ne} 与干扰节点至网关距离无关, 在不同 SFs 调制下, 参考节点至网关距离变化对其影响如图 3.2 所示。根据图 3.2, 随着参考节点到网关距离增大, 噪声影响下数据包到达率也随之降低。这是由于在固定干扰节点到网关距离的情况下, 参考节点距离网关越远, 受到的信道噪声影响越大,

因而其所对应的 P_{ne} 越低; SF 越大, 参考节点的 P_{ne} 相对越高。仿真结果可知, 这是由于较高的 SF 在较低的信噪比下也能够正确解调 LoRa 信号, 抗干扰能力更强, 且 SF 越大, 误码率越低, 因而 SF 越大, P_{ne} 越高。整合以上分析内容, 对单个节点的 PSP 进行实验仿真, 仿真结果如图 3.3 所示。

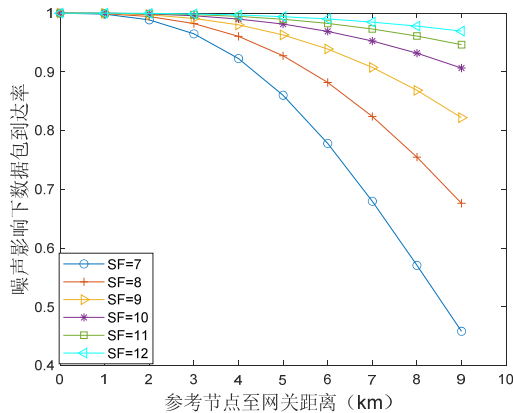


图 3.2 参考节点到网关距离对 P_{ne} 影响

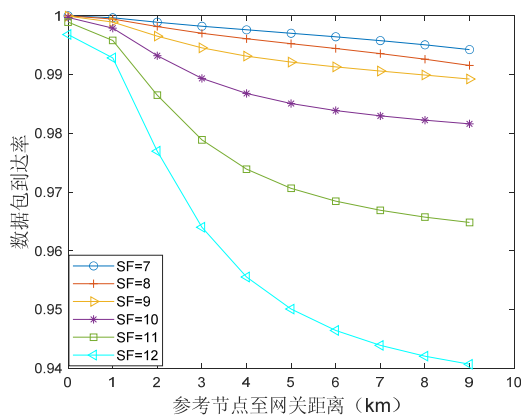


图 3.3 单个节点 PSP 变化趋势图

根据图 3.3, 单个终端节点在 co-SF 干扰下 PSP 随此终端节点到网关距离的增大而降低, 这是由于随着节点至网关距离增大, 受信道噪声影响越大, 碰撞概率越大, 因而越来越难以被网关接收。

以 EIB 和 EAB 方案为例, 分别改变 LoRa 网络终端节点数量和网络半径, 对 LoRa 网络平均吞吐量进行仿真分析。仿真结果如图 3.4 (a)、(b) 所示。

根据图 3.4 (a), 固定 LoRa 网络半径为 10 km, 聚合干扰下 LoRa 网络平均吞吐量随终端节点数量增加而降低; 根据图 (b), 固定节点数量为 300, 平均吞吐量随着半径增大, 总体呈下降趋势, 且 EAB 与 EIB 方案较等比例分配方案更为稳定, 更适合大半径范围内使用。从图 3.4 (a)、(b) 可

看出不同的 SF 分配方案对吞吐量影响显著, 仅在 $R=10$ km, $N=300$ 时, 平均吞吐量差距可至 1700 bit/s。

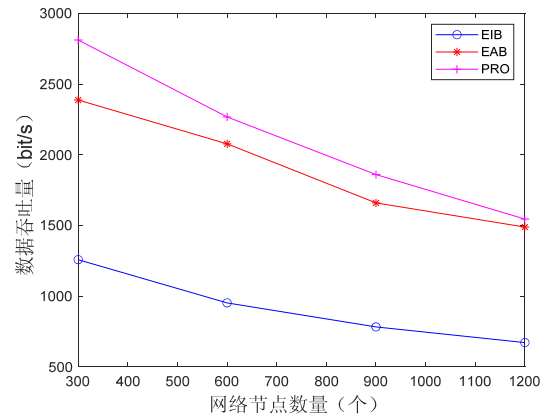


图 3.4 (a) $R=10$ km

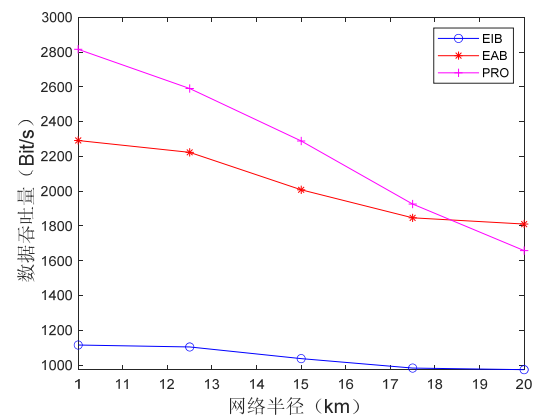


图 3.4 (b) $N=300$

图 3.4 不同方案下 LoRa 网络平均吞吐量曲线图

4 总结

本文建立聚合干扰下 LoRa 网络信干比模型和平均吞吐量模型, 并对数据包到达率和平均吞吐量性能进行了实验仿真分析。在聚合干扰下 LoRa 网络信干比模型建立部分, 首先建立了 LoRa 网络信模型, 确立聚合干扰下碰撞重叠时间的概率密度函数, 接着详细说明了数据包在碰撞情况下仍能被网关成功接收的条件。LoRa 网络平均吞吐量模型建立部分, 首先介绍了误帧率模型, 分析了数据包受到噪声影响下仍能被网关成功接收的条件, 联系 LoRa 网络信干比模型重点搭建了聚合干扰下 LoRa 网络平均 PSP 模型。最后结合数据包速率建立了聚合干扰下 LoRa 网络平均吞吐量模型。仿真实验分析部分, 主要对不同 SFs 下单个节点 PSP 性能进行了仿真, 分析了考虑聚合干扰的必要性, 并由此对整个网络平均 PSP 性能进行仿真, 最后深入分析了当前搭建的 LoRa 网络平均吞吐量性能。

作者简介: 张帅 (1987-), 男, 内蒙古巴彦淖尔人, 博士研究生, 2010 年于武汉大学获得学士学位, 2015 年于武汉大学获得博士学位, 同年于武汉第二船舶设计研究所任职工作, 主要从事高速模拟电路设计、数据传输、信号完整性和通信方面的研究。