

从数与式、方程与不等式发展到函数

——一次函数探究学习过程中的思考

张倩

(新疆生产建设兵团第九师一六四团中学, 新疆塔城 834700)

摘要: 人教版初中数学八年级下册中, 第19章首次引入了函数的学习, 因为我们所教的是团场的孩子, 在学习方面90%是全部依靠老师督促完成。在仅有的40分钟课堂时间里, 学生学习函数是比较困难的, 故学习函数时, 不少老师因学生学习函数时的反应而困惑和苦恼, 然而对于学习这件事, 如果能够启发学生自主探究思考的能力, 那么一切都将水到渠成, 鉴于对人教版教材授课时有以下思考, 与诸位读者绘之。

关键词: 数与式、方程与不等式; 一次函数; 探究

DOI: 10.12373/xdhjy.2022.02.4465

一、对19.1函数内容的理解

因为是首次引入函数, 19.1的部分是为了所有函数的学习引入兴趣, 打牢基础。从19.1函数的“数”: 从关系式到解析式、变量与常量的关系, 变量中又分自变量和随自变量变化的函数值, “形”: 满足关系式的数对, 可以用列表格的方式表示这些数对, 当表格表示自变量不同取值时, 对应函数值有唯一确定的值与它对应, 这样的数对在无特定的实际意义时有无数个, 由这些数对在平面直角坐标系中描绘出对应的点, 当这些点密集分布在平面直角坐标系中, 此时就构成图像。它可以是正方形的边长 x 与面积 y 的关系: $y=x^2$, 此时图像是抛物线; 它可以是单价为0.5元/支, 铅笔 x 支铅笔时与总价 y 元的关系: $y=0.2x$, 此时图像是一条从原点出发、在第一象限中的射线; 它也可以是矩形的面积为6, 矩形的长 y 与宽 x 的关系: $y=$, 此时图像成一条在第一象限无限贴近坐标轴的曲线。学生经历根据实际问题写出解析式, 通过自变量与函数值这样的几组坐标, 在平面直角坐标系中描绘出一个一个的点, 最后画出图像, 经历函数源自数学学习生活, 由解析式过渡到表格取值, 再由表格过渡到图像, 这个过程中学习的过程与方法, 显然是这个章节学习的首要任务, 在循序渐进的引导下, 学生体验函数“数”与“形”之间的变化过程, 当学习到教材例题看时间、说气温, 看小明家到食堂、图书馆三地在同一直线上, 水位与时间变化问题时, 这时学生的学习会平稳过渡, 易于理解。在学生首次经历函数并学的会, 对函数后期的学习是充满信心。

二、对函数“数”的理解

中学数学是一个系统的学习过程, 没有哪一个章节是独立存在的, 因此对待“数”的由来不妨来梳理一番。

(一) 与第二章整式相关

从人教版七年级上册第二章整式这一章就开始为函数的学习埋下伏笔了, 单项式和多项式统称为整式, 正比例函数 $y=kx$ (k 为常数, $k \neq 0$) 中, kx 是单项式, 一次函数 $y=kx+b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 中, $kx+b$ 是多项式, 并且自变量 x 的次数都是1, 为保证自变量的存在, 比例系数 k 不能为0, 等号后面的部分是都整式,

如: $y=\frac{6}{x}$ 时, 自变量在分母中, 等号后面的部分 $\frac{6}{x}$ 是分式,

$y=\frac{6}{x}$ 是反比例函数, 而 $y=\frac{x}{6}$ 是正比例函数, 因为它是 x 与 $\frac{1}{6}$ 的

乘积, 可以改写成 $y=\frac{1}{6}x$, 这时通过观察发现, 这个解析式符合正比例函数的一般形式; 从整式的视角来看, 一次一项式或一次二项式的次数都是1, 字母 x 的系数不能为0, x 不能做分母, 当 x 做分母时, 代数式就变成了分式; 上述强调的比例系数不为0, 自变量次数为1, 等号右边的部分是整式在学习正比例函数、一次函数的解析式时都是需要特别说明的地方, 将知识脉络关联整式的部分, 学生对解析式的概念学习就会更透彻、更牢固。

(二) 与第三章一元一次方程相关

一次函数 $y=kx+b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 中, 当 $b>0$ 时, 直线 $y=kx+b$ 与坐标轴有两个交点, 当直线 $y=kx+b$ 交于 x 轴时, 此交点坐标的纵坐标为0, 故解析式中的函数值为0, 由此可得 $kx+b=0$ 这个一元一次方程, 解得 $x=-\frac{b}{k}$, 这一过程中, 从函数的视角看, 直线 $y=kx+b$ 交于 x 轴时, 图像上对应的一组自变量和函数值是 $(-\frac{b}{k}, 0)$, 从一元一次方程的视角看, $kx+b=0$ 时, 未知数的解为 $x=-$ 。上述过程是在讲述一次函数与坐标轴的两交点坐标时的一部分, 同理可求当 $x=0$ 时, $y=b$, 与坐标轴的另一交点为 $(0, b)$ 。

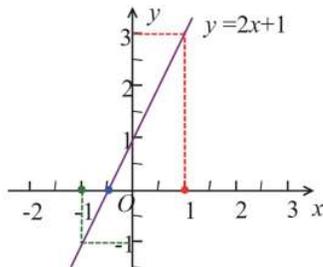


图1 直线 $y=2x+1$ 图像

如图1, 直线 $y=2x+1$, 从方程视角, 分别求 $2x+1=3$, $2x+1=0$, $2x+1=-1$ 时方程的解, 运用函数图像, 从函数的视角发现, 求这三个方程的解, 就是求一次函数 $y=2x+1$ 当函数值分别为 3, 0, -1 时, 对应自变量的值, 图像上可以通过观察直接得出 $y=3$ 时, $x=1$, 当 $y=0$ 时, $x=-0.5$, 当 $y=-1$ 时, $x=-1$, 运用函数图像直接求出方程未知数的值。

回顾一元一次方程的定义, 形如 $ax+b=0$, 未知数的次数是 1, 未知项的系数 a 不为 0, 等式两边都是整式, 与一次函数的定义基本雷同, 故一元一次方程与一次函数紧密相关。

(三) 与第八章二元一次方程组相关

在学习七年级下册第八章二元一次方程时, 形如 $ax+by=0$, a 、 b 为常数, 关于 x 、 y 的未知数的等式是二元一次方程, 能使等式两边相等的 x 、 y 的一组数值, 叫作这个二元一次方程的解, 而像这样的解到底有多少组呢? 毋庸置疑, 像这样的解有无数对。也就是说, 在学习的这个部分的知识时, 就已经渗透了无限思想, 为一次函数自变量和对应的函数值的无限思想打下基础。将二元一次方程 $ax+by=0$ 通过变形, 可得 $y=-\frac{a}{b}x$, 二元一次方程经变形就得到了一个特殊的一次函数——正比例函数, 这时从函数的视角看, 能使正比例函数 $y=-\frac{a}{b}x$ 左右两边相等的无数对值, 在坐标系内构成对应的无数个点, 形成了一条直线, 也就是说, 每一个二元一次方程的解集都可以构成一条直线。

同样, 求一次函数解析式时, 将一次函数图像上的任意两点坐标值, 代入到解析式 $y=kx+b$ 中, 就构成了含有 k 、 b 两未知数的二元一次方程组, 运用解二元一次方程组的方法求出 k 、 b , 还原解析式, 这一过程就是求一次函数解析式的待定系数法。

由此可见, 一次函数与二元一次方程不仅形式上可以互相转换, 从二元一次方程看一次函数, 同样也可以从一次函数的角度理解二元一次方程, 它们的内在是相通的, 求一次函数解析式时运用的待定系数法, 在知识领域上解二元一次方程组是本节内容学习的基础, 可见二元一次方程组与一次函数在知识上也紧密相关。

(四) 与第九章不等式与不等式组相关

学生在学习第九章不等式与不等式组时, 首次引入取值范围, 学生从某一具体数值引申到某一范围, 从具体到抽象的学习过程也是为学习函数打下基础。在这章学习的过程中, 为了让学生更好地理解取值范围, 运用了数轴, 通过数轴将抽象的范围转化为直观可视的一段取值范围, 为今后一元一次不等式运用一次函数图像直接写出自变量的范围打下基础, 不等式解集在数轴上表示出来, 也是最初的“数形”结合。

例如 (1) 解不等式: $5x+6 > 3x+10$ 。(2) 在同一直角坐标系中画出函数 $y_1 = 5x+6$ 和 $y_2 = 3x+10$ 的图像 (图 2)。问: 当 x 为何值时, $y_1 > y_2$?

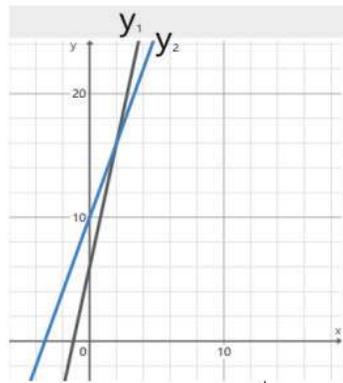


图 2 函数 $y_1 = 5x+6$ 和 $y_2 = 3x+10$ 的图像

第 (1) 题, 是解不等式, 求出未知数的范围, 第 (2) 题, 就是运用图像, 不解值直接写出答案, 从图像不难看出, 自变量的取值范围在 $x > 2$ 时, $y_1 > y_2$ 。

俗话说“磨刀不误砍柴工”, 学生在学习与函数章节相关内容时, 基础打得扎实打得牢, 最初的函数思想渗透在学习函数之前, 那么学生学习起来才会轻松。

三、对函数“形”的理解

一次函数学习的引入, 从解析式无限组变量运用列表可表示出来, 再将至少两组数值在坐标系中标点, 两点确定的一条直线, 在 $y=kx+b$ (k 、 b 为常数, $k \neq 0$) 中, 当 $b \neq 0$ 时, 直线与坐标轴必有两个交点, 那么一段一次函数与坐标轴就组成了直角三角形, 这与我们学习过的三角形就联系起来, 而三角形的底与该一次函数的交点坐标相关, 通过求交点坐标就可得三角形的底和高, 从而求出三角形的面积, 如果要求该三角形的周长, 还可运用勾股定理求出斜边长度, 再将三边相加求得三角形周长。再变式, 当两条一次函数在坐标轴内相交, 两段一次函数图像与坐标轴 x 轴或 y 轴, 构成三角形, 那么这个三角形的面积也是通过交点坐标的突破来实现的。

四、结语

综上所述, 一次函数的学习在之前做足了充分准备工作的前提下, 学生的“口袋里”工具齐全, 充满自信的开始学习一次函数, 那么学生在二次函数、反比例函数的学习中就不用“从零开始”, 通过以上知识做基础, 在学习二元一次方程后, 再学习二次函数时, 学生通过已有的经验和方法, 就能更好的学其他函数了。

参考文献:

- [1] 柴树云. 基于“学生本位”的“一次函数”教学设计案例 [J]. 中学数学: 初中版, 2021 (12): 2.
- [2] 陆锦华. 一次函数与二元一次方程组的关系 [J]. 中学理科: 综合, 2006 (11): 1.