三角函数最值问题的解题分析

王二林

（扬州市仙城中学，江苏 扬州 225200）

摘要：三角函数是高中数学教学的一项重要内容，也为高考的重要考点。目前来看，部分同学在三角函数学习过程中还存在很多问题，如对三角函数概念不清晰、计算法则不理解、题型把握不准等，给学生的学习带来很大影响。基于此，本文以三角函数为切入点，探讨三角函数最值的解法，以期帮助学生突破三角函数解题大关，促进学生综合学习能力提升。

关键词：三角函数；最值问题；解题策略

DOI：10.12373/xdhjy.2021.12.4211

三角函数被定义为包含这个角的直角三角形两个边的比值，当然也可以在同等情况下，等价的定义为半径为 1 的圆上的各种线的长度。作为高考的重要考点，其在高中数学教学中占有一席之地。客观来讲，三角函数是一种特殊函数，与二元一次函数有相似之处，即有相应的对称轴、存在最值。因此，在三角函数教学中，我们也可引入学生熟悉的内容，在此基础上帮助学生搭建理解数学知识的桥梁。同时，探究三角函数最值对于提高学生的逻辑思维能力、突破三角函数学习大关有重要作用。当然，三角函数最值求法也是一个教学难点，在此过程中学生要根据实际情况调整解题思路，逐步把握三角函数学习要点，通过这种方式也能提高自身的综合应用能力。

解决三角函数最值问题过程中，部分学生对三角函数的相关概念不理解，在解决实际问题过程中遇到了很大的难题。基于此，我们要改变以往的教学策略，将重心放到解题方法上，引导学生思考解题方法，通过这种方式也能助力学生数学思维的培养。客观来讲，数学作为一门理科，其逻辑性比较强，对学生综合能力的提升有重要帮助。新时代背景下，我们要改变以往的教学思路，将重心放到学生逻辑思维能力的培养方面，使学生能够把握三角函数的学习要领，进一步突破学习困境。从另一个角度来看，三角函数也是一种特殊函数，与其他函数最值求法相似，在求解过程中，学生也可转换以往的学习思路，将其转化为自己熟悉的函数，比如，二次函数，通过这种方式也能降低学生的学习难度，使学生从多个角度思考三角函数的内涵。同时，上述方式也能助力学生空间想象能力、思维能力的培养，也能使学生将理论与实践衔接起来，有利于帮助学生掌握更多的理论知识，同时也便于提高学生的综合实践能力。

一、求解三角函数最值的常见方法

三角高数最值求法不是一成不变的，要根据题目信息及学生的实际学习能力为学生筛选适合的解题方法。在实际解题过程中，我们发现部分学生的思维比较局限，将重心放到了单一思路的解题上，不注重拓展解题方法，也未联动多种解题方法，常常陷入解题困境，对于学生个性发展有不利影响。总体来看，在三角函数解题过程中，往往需要联合使用多种方法，通过这种方法也能将大问题转化为小问题，降低学生解决实际问题的难度。同时，我们也要改变以往的教学方法，通过配置疑问激发学生的探究激情，使学生深入理解三角函数的相关内容，通过这种方式也能全面调动学生的解题信心，对于学生逻辑思维能力的培养也有重要意义。本文着重从以下几点论述三角函数最值的求法：

（一）换元法

换元法是三角函数最值求解过程中常用的方法，通过换元法能够降低数学问题的解题难度，这种情况下也能助力学生思维的发展，对学生综合学习能力的提升也有重要帮助。同时，换元法应用过程中也要结合实际情况，学生要先观察题目中的式子，思考其是否适用换元法解题，同时，换元法应用过程中，学生也要联想熟悉的函数，如二元函数，思考原式是否能转换为二次函数？通过长期的观察总结，学生发现一般情况下含有 sinx+cosx 或者 sinxcosx 时，可利用换元法求函数的最值。以例题（sinx+cosx）^{2}=1 ± 2sinxcosx 时，就可以采用换元法，将这一式子转化为二次函数的形式，通过这种方式也能降低解题难度，提升学生的解题信心。

【例题 1】已经函数 y=（1+sinx）（1+cosx），求这一函数值的取值范围。

【例题分析】针对这一问题，学生可从原式入手，观察原式是否能转化为自己以前学过的函数？或者学生也可转化思路，思考原函数与二次函数是否有相似之处？如何将其转化为二次函数？从学生熟悉的知识点入手能够帮助学生找到解决问题的思路，同时也能促进学生逻辑思维能力的培养。

【解题过程】原式中，我们可以引入一个函数 t，令这一函数为 sinx+cosx，根据正弦函数与余弦函数性质可知整个函数的值域在 $-\sqrt{2}$–$\sqrt{2}$ 之间，包含这两个值。紧接着，学生可求 t^2 的值，在此基础上正确表示 sinxcosx 的值，一般情况下，相关数值为（t^2–1）/2，将其与原式整合起来就得到了 y 与 t 的关系式，即 y=1/2t^2+t+1/2，经整理后得 y=1/2（t+1）^{2}，通过上述分析已知 t 的

取值范围，那么 y 的取值范围也能很快确定，最终得出 y 的取值范围为 [0，（3+2√2）/2]。

【习题评价】应用换元法能够使学生将题目中的已知信息与未知信息联系起来，这种情况下也有利于提高学生的综合解题能力。同时，换元中涉及很多的隐含信息，对于学生确定新函数的值域也有重要作用。对此，在三角函数最值求解过程中，可借助换元法解题，通过这种方式也能提高学生的综合学习能力。

（二）数形结合法

【例题 2】已知函数 y=-sinx/（2-cosx），该函数的定义域为（0，π），求这一函数的最小值。

【例题分析】三角函数为一种特殊函数，通过总结概括相关知识学生能够明确 $\sin^2x+\cos^2x=1$，基于这一点，学生在实际解题过程中可从函数图形入手思考相关问题，例如，学生可以在单位圆上任意选一点，将这一点设为（cosx，sinx），在此基础上结合题目信息引导学生解决实际问题。

【解题过程】在实际解题过程中，学生可将原有函数进行适当变化，将原式转化为 y=（0-sinx）/（2-cosx），在此基础上，这一函数也转变成了求两点之间连线所形成直线的斜率，这两点坐标分别为（2，0）、（cosx，sinx），通过分析两个点在坐标轴中的实际位置，我们可以发现点（cosx，sinx）是单元为 1 的圆的上半圆，那么求原函数的最小值也转化成了求这个半圆上的最小直线斜率。

在实际求解过程中，学生可将过点 A（0，2）的切线与半圆半径相切，且点为点 B，那么原函数的取值范围大于等于 LAB 的斜率，小于 0。结合上述内容能够求出直线 AB 的斜率为 tan5π，结合题目中的已知条件能够求出直线的斜率，为√3/3，这种情况下也能求出原函数的最小值，为 -√3/3，这时的 x 取值为 π/3。

【习题评价】数形结合法是三角函数最值求解的重要方法，借助这种方式能够降低学生的解题难度，同时也能促进学生综合学习能力提升。通过上述习题的引入也能锻炼学生的思维，使其由数到形，逐步拓宽自身的解题思路，获得多元化的解题思路，逐步突破三角函数求值困境。

（三）配方法

【例题 3】已知函数 $y=\cos^2x+\sqrt{3}\sin x+1$，x 取值为全集，求这一函数的最值。

【习题分析】配方法也是求三角函数最值的重要方法，借助这一方法也能简化解题难度。

【解题过程】在上述函数最值求解过程中，可采用配方法，可结合所学知识将原式转化为 $y=-\sin^2x+\sqrt{3}\sin x+2$，在此基础上能够应用配方法解决实际问题，上述式子经配方法处理得 $y=-[\sin x-\sqrt{3}/2]^2+11/4$，这种情况下也能快速求出函数的取值范围。

【习题评价】配方法在求解三角函数最值中有重要作用，假如函数中仅含有正弦函数或余弦函数，且它们是 2 次方时，就需要通过换元或者配方将原函数转化为二次函数求最值的方法。

二、三角函数最值解题的注意事项

三角函数最值求解过程中，部分学生没有正确的解题思路，且对概念也没有清晰的认识，这种情况下容易加大学生解题的盲目性，对于学生综合能力的发展也有重要作用。在实际教学过程中，教师要引导学生转换思考问题的角度，将有难度的知识转化为熟悉的知识，降低解题难度的同时也能提升学生的解题信心。其次，针对部分知识接受能力、建模能力比较差的学生来说，其更习惯于借助已有知识解决实际问题，在一些抽象的知识解题过程中存在很多问题，这也导致部分学生陷入了解题困境。例如，引导学生借助数形结合方法解题，将抽象的问题具体化，也能使解题结果更加浅显易懂，对于学生综合学习能力的提升也有重要作用。

三、结语

三角函数最值求法是高中数学的一个要点，新教育背景下，教师要改变以往的教学思路，将重心放到实际问题的解决中，善于应用转化法，转化教学思路，找到问题的突破口。与此同时，学生也要仔细审题，思考题目中的隐含信息，在此基础上搭建特定的解题模型，找到三角函数最值求解的突破口，逐步解决实际问题。此外，针对不同学习能力的学生，我们也可为其布置不同的习题，逐步引导其探究问题，通过这种方式也能把握数学学习要领，熟练应用已知信息解决实际问题，提高自身解决实际问题的能力，逐步提升自身的数学核心素养。

参考文献：

[1] 肖桂宏 . 三角函数最值问题的基本题型分析 [J]. 中国高新区，2018（11）：98.

[2] 李倩莹 . 浅谈三角函数最值问题的解题策略 [J]. 教育现代化，2018，5（02）：348-349+358.

[3] 徐厚文 . 关于三角函数最值问题的探究 [J]. 科技视界，2017（09）：189.

[4] 杨梅 . 三角函数最值问题的解题策略 [J]. 科技资讯，2015，13（33）：134-136.

[5] 凌广燕 . 浅析三角函数最值在解题中的理论与实践思考 [J]. 科技风，2014（21）：183.

[6] 黄雅琴 . 中职数学三角函数最值的几种求法 [J]. 赤子（上中旬），2014（13）：172-174.