

利用 Geogebra 寻找函数教学“制高点”

于锦粤

(重庆师范大学, 重庆 401331)

摘要: 在信息社会的大背景下, 合理利用信息技术促进教学是教育教学的必然趋势, 以 Geogebra 为例, 可以将枯燥乏味的数学形式变成生动有趣的动画图片, 帮助学生通过直观想象, 感知数学的内在本质和蕴含在数学知识中的价值。让 Geogebra 贯穿函数教学的始终, 使学生通过“由数想形”和“由形助数”加深对函数自变量与因变量之间关联性的理解, 发现变化中的不变性, 经历并体会深藏于教学过程之中的数学思想方法——“制高点”。

关键词: Geogebra; 信息技术; 数学思想方法; 直观想象

DOI: 10.12373/xdhjy.2021.10.3788

函数是中学数与代数板块的重要内容, 函数也是教师和学生刻画现实世界的主要工具, 是培养学生数学抽象、数学建模、直观想象等数学核心素养的优质培养基, 在函数的教学过程中, 蕴含着许多数学思想方法, 数学思想方法是统领数学教学的“制高点”。

Geogebra 是一款由数学教授 Markus Hohenwarter 所设计的集几何、代数、微积分及统计的免费动态数学软件, 功能强大可以同时处理代数以及几何的相关问题。随着 Geogebra 的开发和推广, 数学教学变得愈加有趣, 在数学乃至其他学科的教学过程中的地位愈加重要。利用 Geogebra 可以绘制点、线、面、立体图像等多种数学形式, 从而使原本只能在二维平面中观察、理解的数学知识“活”过来, 把不常见的、难以理解的内容变成直观的、浅显的动态感性材料, 让抽象的数学知识真实化, 让乏味的教学过程生动化。

但是, 在实际数学教学过程中, 学生学习函数相关知识还存在诸多障碍。比如: 在初中首次接触函数时, 学生在此之前缺乏对于函数的理解, 函数间变量一一对应的关系本身具有一定的超过现阶段学生思维的抽象性, 所以很难在一时之间顺其自然的接受它。不难知道, 初中函数概念的教学是后续学习更多有关于函数知识的基础, 正所谓万事开头难正是这个道理; 一次函数、反比例函数、指数函数、对数函数等初等函数的定义、性质与图像, 利用传统的黑板式教学, 在二维、静态中体会函数的内涵, 是困难的……造成这些障碍的不仅仅是函数知识本身的特点, 老师没有把握好函数教学的整体性也是重要的原因之一, 学生在分散的、支离破碎中学习, 自然会学不懂。

800 如果能简单而有效的利用好信息技术, 以培养学生的数学核心素养为目标导向, 在无形之中向学生渗透数学思想方法, 通过“由数想形”在函数的变量间的依赖关系逐步体会数学抽象的核心素养, 学会抽象出函数的对应关系, 进而通过“由形助数”在观察函数的直观、动态图像的过程中从动、听、知等多方面感知函数的性质, 培养学生直观想象的核心素养, 在图像和性质的基础之上用数学建模方法沟通函数现实世界问题与函数知识, 使学生的数学建模思想在潜移默化中发展……从而帮助学生以数学现实为“生长点”, 自主的建构有关函数的认知结构, 逐个击破学习过程中的障碍。本文将通过举例 Geogebra 在函数教学中的应用, 谈一谈如何利用 Geogebra 寻找函数学习过程中的“制高点”。

一、Geogebra 在指数、对数函数图像教学中的应用

数学表征分为语言化表征和可视化表征类, 语言化表征主要表现为文字、符号、公式、定理等, 可视化表征主要表现为图像、表格等。数学表征同时也是作为学生的一种不可或缺的基本能力, 是学生理解数学知识的重要前提和标志。

函数的图像是函数的表征方式之一, 在教学中, 通常会让学生通过计算求解, 算出具体指数函数在不同自变量时所对应的函数值, 利用描点法作出函数图像。利用 Geogebra 该怎么实现这一过程呢:

(一) 以 2 为底数的指数函数、对数函数为例:

活动方式: 师生共同完成列表、描点两个步骤, 主要在于观察探究函数图像的生成过程。

表 1

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...
$y=2^x$...	0.0625	0.125	0.25	0.5	1	2	4	8	16	32	...

表 2

x	...	-1	0	0.25	0.5	1	2	4	8	16	32	...
$y=\log_2 x$...	无解	无解	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...

描点: 利用所计算出来的函数值表, 在工具栏中选择描点, 在代数区中依次输入, 即可在绘图区得到相对应的点(如图 1)。

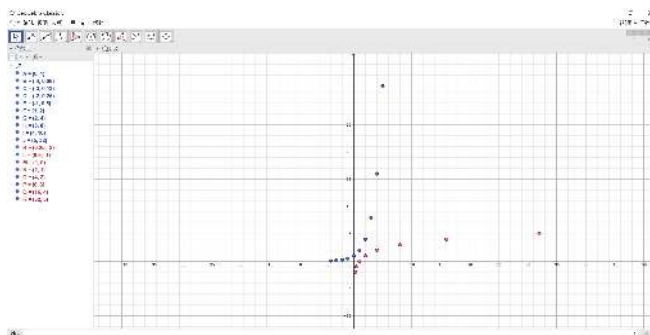


图 1 描点图

连线: 在纸上连线时, 学生往往会产生疑问, 相邻两点之间是直线还是曲线呢? 这两点之间是否经过坐标轴? 利用 Geogebra 可以很好的避免这些问题, 得到相应的函数图像(如图 2)。

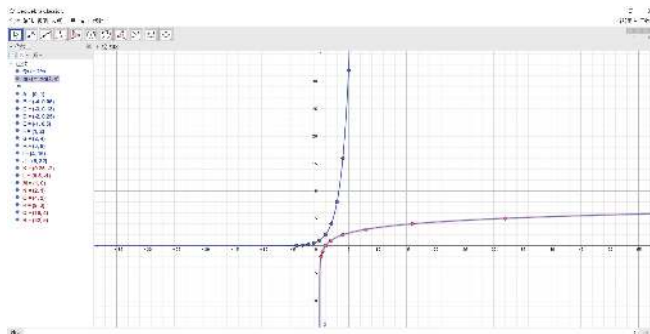


图 2 函数描点连线图

创新点：在传统的函数图像教学中，学生在纸上通过计算求解，进而列表、描点、连线，速度慢且难以保证所作图形的准确性。利用 Geogebra 准确的进行描点、连线，让抽象的函数变得直观、感性，学生经历函数图像的形成过程，通过“由数想形”形成指数函数、对数函数图像的初步认知，为后续进一步探究函数图像与性质的一般性奠定基础。

(二) 在同一平面直角坐标系中作不同底数时的指数函数、对数函数图像

依据(1)的描点法，在代数区分别输入类似指数函数 3^x , 4^x ……, 对数函数 $\log(3, x)$, $\log(4, x)$ ……即可得到在同一平面直角坐标系中不同底数所对应的指数函数与对数函数图像(如图3)。

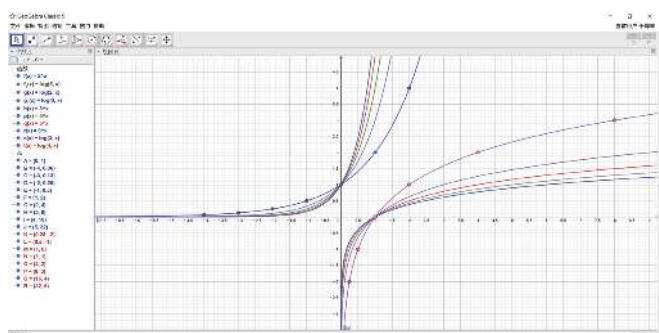


图3 不同底数对应的函数图像

创新点：减少作图过程中的误差，学生在观察图像形成的过程中，更容易直观的感知函数的某些一般特性，这个阶段也是学生经历从特殊到一般思维过程中的中间阶段，为后续探究归纳函数的性质奠定了基础。

二、Geogebra 在指数、对数函数性质教学中的应用

函数具有多种性质特征，性质特征是我们了解、理解函数的主要方向，也是进一步探究函数其他性质或是更加复杂函数性质特征的基础。不同的函数，有自己特殊的性质，也有可能与其他某些函数具有相同的性质。函数知识的教学，不仅要使学生认识理解函数的表面信息，更要深入其内部，探究其性质特征，学会从特殊中总结一般，体会归纳、类比等数学思想方法，站在学习“制高点”。

利用 Geogebra 向学生展示随底数变换时函数图像的动态变换过程。

在 Geogebra 操作界面的工具栏区域，创建滑动条 a (设定其变换范围 $0.1 < a < 5$)，在代数区创建指数函数 a^x ，对数函数 $\log(a, x)$ ，接着右键点击滑动条，选择启动动画，向学生分别展示指数函数与对数函数的动态变换过程(如图4，图5)。

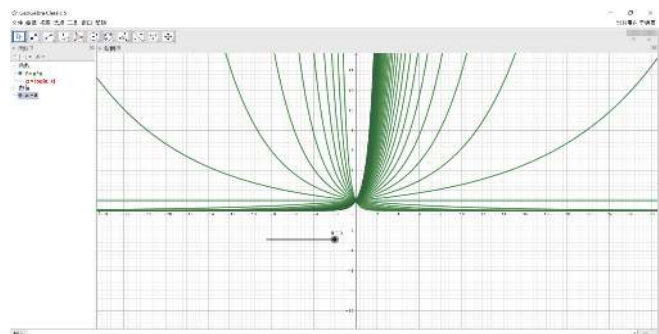


图4 指数函数运动轨迹图

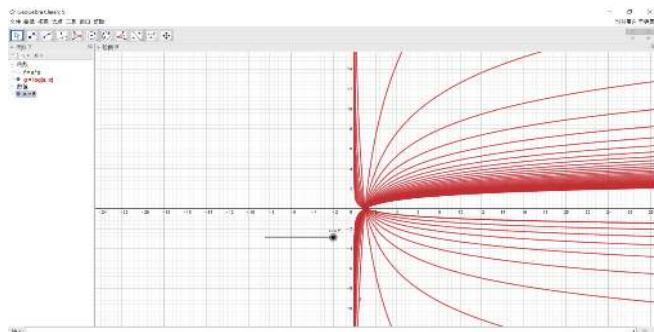


图5 对数函数运动轨迹图

创新点：改变以往函数教学中直接向学生灌输、展示其性质的机械化、单一化教学方式，导致学生缺乏对于函数的感知，就好比“天上掉下个林妹妹”，对于学生来说过于陌生。利用信息技术 Geogebra，使生硬的函数激“活”起来了，让学生可以从动觉、知觉、视觉等多方面感知函数的内在特性。通过“以形助数”在观察函数的动态变换过程中，逐步得到函数过定点、单调性等性质。

三、结语

在函数图像的教学实践中，将描点法与 Geogebra 相结合进行教学，不仅提高了教学的效率与质量，还以其先进性、科技性给学生提供学习动机，通过“由数想形”加深对于指数函数、对数函数图像的画法，对其特点产生初步认知。

在函数性质的教学探究实践中，利用 Geogebra 将函数图像由静变动，以多样化、丰富化的形式呈现在学生面前。让学生真正意义上体会经历数学知识的发生发展过程，这样做，可以帮助学生更好的理解蕴含于数学知识之中的本质属性。

在利用 Geogebra 学习函数相关知识时，可以使隐藏在教学方法里的数学思想方法真实化，比如数形结合的数学思想方法是贯穿在函数教学的始终，不论是函数图像的教学、函数性质(包括奇偶性、单调性、对称性……)的教学，都离不开“由数想形”到“由形助数”的思维过程，除此之外，归纳、演绎、类比等数学思想方法也是渗透于其中的重要教学“制高点”。

在传统的数学课堂教学中，老师大多通过语言和板书相结合的方式教学，学生主要通过听讲理解、掌握新知识，体会、内化其数学思想方法的路径过于单一化。自从 Geogebra 等数学信息技术的开发与发展，寻找教学“制高点”的路径变得多样化了、简单化了、高效化了。

作为新时代的人民教师，不仅仅要具有深厚的知识基础，会高效的使用信息技术进行教学也是社会对教师提出的新要求。帮助学生站在教学“制高点”，发展数学学科核心素养。

参考文献：

- [1] 夏菁. 为直观想象插上“翅膀”——利用 GeoGebra 推进一次函数图像的教学[J]. 数学学习与研究, 2021(5): 2.
- [2] 马玉青. GeoGebra 软件在高等数学课程教学上的运用[J]. 现代农村科技, 2018(10): 1.