

# 动态数学软件 Geogebra 学习与制作入门点滴

## ——职校数学信息化教学工具探索之路

单 晨

(江苏省联合技术学院南通分院, 江苏南通 226011)

摘要: 国家数学新标准的实施指明了中职数学课改的方向, 最需要关注“数学的大众性”“数学的趣味性”“数学的应用性”这三个教育理念。结合几何、代数和微积分的免费动态数学软件 Geogebra 在欧美、中国香港和台湾地区使用率非常高, 作者通过两个 ggb 案例思考分析了如何通过 geogebra 的作图过程这一特色功能学习 Geogebra, 打开了一条学习 Geogebra 之路同时给出了一些可供借鉴的学习方法。

关键词: 职教; 数学信息化; Geogebra; 作图过程; 学习方法

DOI: 10.12373/xdhjy.2021.10.3768

前段时间, 江苏省南通市数学职教中心在南通中等专业学校举办了一次“同课异构”(不同的老师来上同一节课)市级公开课观摩活动, 当时定的上课内容是新增的第十四章《14.1 编制计划的有关概念》。在评课活动中, 笔者的课得到了来自各个学校领导和老师的一致好评, 其中有一点是说课堂中先进教育信息技术运用精妙。其实呢, 也就是一个极为简单的画板功能加上学校配备有触摸屏效果的电子黑板。事后笔者反思自己实际运用信息技术的能力与高度评价相去甚远, 觉得真该好好提高下这方面知识才配得上、对得起那样的评价。

一次偶然的机, 知道了 Geogebra (Geometry+AlgeBra), 它是 2002 年由美国佛罗里达州亚特兰大的 Markus Ho—henwarter 教授所设计的一款结合几何、代数和微积分的免费动态数学软件。在我们平时的数学教学过程中, 最让人苦恼的就是精妙的课件制作是很费力费时的, 而且课件不够灵活、模式呆板固定, 体积很大。这种情况下教学被动跟着课件走, 师生互动交流是有限又固定, 一切按固定程序进行, 教学节奏不好控制。教师费了很大工夫做课件, 但并不能取得很好的效果。对于课堂中即时生成的问题情境, 课件无能为力, 特别是针对超出设想范围的问题, 难以及时进行演示。Geogebra 很好地解决了这样的问题, 同时引起笔者巨大学习兴趣还有它易于交流和学习的优点, “作图过程”与“作图过程导航条”功能可以让学习者看到 Geogebra 制作的每一步过程, 真正做到“所见即所得”。

在中国知网上以 Geogebra 为主题笔者查阅了下有关 Geogebra 论文发表的情况, 其中大部分文章是介绍 Geogebra 的起源、特点又或是在数学教学中可以发挥出来的作用、相关应用的举例。而对于我们绝大多数老师如何利用它特有的“作图过程”功能学习和掌握 Geogebra 语言的文章没有看到, 由此就想将自己几个月以

来艰难学习所获经验拿出来和同行们分享, 愿能帮助到有心人, 起到抛砖引玉的作用。介于笔者能力有限, 学习体验范围仅仅局限在初等数学, 当然这也只是 Geogebra 功能的一小部分。

### 一、学习资源

1. 官方网站, 有中文版的, 但是不如英文版内容丰富。Geogebra 最新版的下载地址, 以前需要翻墙, 现在可以正常访问了。或者去课件园的打包下载, 本版特色: (1) 整合五份简体中文使用教程, 方便新手快速入门; (2) 整合课件实例 8 类 1006 个, 方便爱好者体验和参考; (3) 重新打包制作, 使软件更符合国人的使用习惯; (4) 自动修复有时双击主程序无法运行的问题。建议初学者下载课件园这个版本。

2. 群里有很多老师提供的案例, 还有哈尔滨唐家军老师无私奉献编写的 GeoGebra 使用手册、脚本应用入门、指令汇编, 段明老师编写的《GeoGebra 的 LaTeX 语法》。笔者都打印出来了, 基本命令不清楚的, 纸质稿翻起来方便。

3. 论坛交流不如群里活跃, 但是也有很多案例资源。

### 二、学习方法

首先打开要研究后缀为 ggb 的文件,

这里以“群视频案例 3 再学习 20160402”为案例, (ggb 文件和相关图片到群里下载就好)

勾选视图菜单下的作图过程, 显示作图过程窗口

在定义这一列我们看到的是 Geogebra 命令语言,

前面的第 1-15 步很好理解, 不赘述;

第 16、17 步:

列表 2= 序列 [ 平移 [C, 向量 [iu]], i, -1, 8]

按向量 iu 平移点 C (i 取值 -1 到 8) 意思是从 A 点开始, C 生成第一列 10 个点

列表 3= 序列 [ 平移 [B, 向量 [i v]], i, -1, 8]

按向量 iv 平移点 B (i 取值 -1 到 8) 意思是从 A 点开始, B 生成第一行 10 个点

这里的方括号是成对出现的, 对于命令嵌套命令的复杂 Geogebra 命令语言, 如果你分不清哪个到哪个是成对的方括号的话, 可以将语言复制粘贴到指令栏, 然后将鼠标移动到需要解释的方括号后面, 这样成对的另一个方括号将会以绿色来显示, 这也是理解复杂语言的一个小窍门。

限于篇幅的问题, 后面的步骤同仁们自行琢磨吧。

至此这个“群视频案例 3 再学习 20160402.ggb”的主要部分全部完成了, 涉及的难点命令如何理解的方法, 是笔者不断思考小结出来的。这个例子是《GeoGebra 实例操练有声视频教程 (孟宝兴作品)》中的第三个九九乘法表, 先看视频跟着做, 这里举例的 ggb 是笔者多次修改后的成品, 难点重点不同的颜色标注、先后步骤的调整怎么最合理都体现了, 这些视频里是没有的。有兴趣的读者请对比笔者的这两个修改的 ggb 与孟老师原 ggb 的区别, 可以发现很多地方都有标注, 也能看到当初笔者的思考轨迹。

我们获得的 ggb, 要打开作图过程好好琢磨琢磨, 为什么这样设计, 哪些步骤是多余的, 哪些有更好的方法来替换, 不少 ggb 是没有经过修改的。比如我看到过好几个任意角的 ggb, 有些作的精简, 有些作的拖沓烦琐。就是看视频解说, 也应该搞清楚最基本的问题——为什么这样设计, 下面再举个例子说明这个问题。

群视频案例 2 再学习 20160403 最终版, 这个例子是《GeoGebra 实例操练有声视频教程 (孟宝兴作品)》中的第二个圆面积的推导。

打开这个 ggb 的作图过程, 我们可以看到第 10、11 步是笔者标记了红色, 这是设计的最关键的部分, 如何找到 C 点。视频从 1 分 50 秒到 10 分 20 秒是用来说明这个问题的, 但是孟老师对几个角没有说清楚, 特别是旋转过程中角 B' AA'。具体说明应该是这样的:

$$\text{角 } BAB' = 360^\circ / n \quad n=6 \text{ 时为 } 60^\circ$$

因为  $n=6$ ,  $a=1$  时角  $jAB = \text{角 } BAB' = \text{角 } B' AA' = 60^\circ$  且  $AB' = A' B'$

其他情况下也总能够证明角  $BAB' = \text{角 } AB' A'$ , 或者可以实际验证  $AB//A' B'$

所以角  $AB' A' = 360^\circ / n$  ( $n=6$ ,  $a=1$  时为  $60^\circ$ ) 用  $a$  来控制角  $AB' A'$ , 所以角  $AB' A' = a360^\circ / n$

变化的过程中角 B' AD 始终没变,

$$\text{所以角 } B' AD = (180^\circ - \text{角 } AB' A') / 2 = (180^\circ - a360^\circ / n) / 2 = 90^\circ - a180^\circ / n$$

$$\text{所以角 } B' A' A = (180^\circ - a360^\circ / n) / 2 = 90^\circ - a180^\circ / n$$

$$\text{角 } DAE = \text{角 } B' AA' - \text{角 } B' AD = \text{角 } B' A' A - \text{角 } B' AD = (1-a)180^\circ / n$$

在直角三角形 AEB' 中

$$\text{角 } AB' E = \text{角 } AB' A' / 2 = a360^\circ / 2n = a180^\circ / n \quad AB' = r$$

$$\text{所以 } AE = r \sin (a180^\circ / n)$$

$$AC \text{ 垂直 } j, \text{ 在直角三角形 CAD 中角 } ACD = \text{角 } DAE = (1-a)180^\circ / n$$

$$\text{在直角三角形 AEC 中 } AC = r \sin (a180^\circ / n) / \sin ((1-a)180^\circ / n)$$

这也是第 10 步设计数字 b 的缘由。

后面的步骤就请读者自己按照第一个案例介绍的方法去学习啦。

每一个 ggb 不是一次跟着做完就完事的, 得知道为什么是这样, 有很多时候不知不觉笔者能琢磨到凌晨, 常常不禁为作者的精妙设计、巧妙安排而拍案叫绝, 这也是学习的乐趣吧。遇到看不懂的命令比如上例中的自定义工具四边形、文本、序列、平移这些命令是需要先去翻翻手册来理解命令基本得含义。实在复杂看不懂的当然也会请教其他老师, 有时候解决不了的, 笔者会上好些天, 恨自己英语不过关, 要是去官网论坛求助其他国家的数学老师也是件趣事啊。这半年多以来, 陆陆续续自己跟着 ggb 作了几百个案例, 分类放好, 常常拿出来再看看, 依然有很多收获。现在笔者基本上能够用 Geogebra 灵活的解决传统教学中不容易讲清楚的问题, 还常常带着孩子们做数学实验。希望这篇文章可以帮助更多的数学老师打开学习 Geogebra 的大门, 一起加入学习 Geogebra 的队伍中来。

参考文献:

[1] 靳菲菲 侯艳 .GeoGebra 软件对中学数学课堂的影响 [J]. 科协论坛, 2012 (001): 180-181.  
 [2] 钱文涛 赵军 .GeoGebra 软件让数学教学如虎添翼 [J]. 中国教育技术装备, 2014 (002): 54-56.  
 [3] 张志勇 .GeoGebra 软件在高中数学教学中的应用举例 [J]. 福建中学数学, 2014 (4): 6-9.  
 [4] 李丹 潘飏 .GeoGebra 在高中数学教与学中的几点优势 [J]. 福建中学数学, 2014 (003): 10-13.

作者简介: 单晨 (1979-) 汉族, 江苏省南通市人, 本科, 高级讲师, 研究方向: 数学与应用数学以及 Geogebra and JavaScript。