思维提升视角下的高等代数模块化课程设计与实施研究

李立莉
（岭南师范学院数学与统计学院 广东湛江 524048）

摘要：高等代数作为数学学科的基础课程之一，其不仅承载着传授基础数学知识的重任，同时还肩负着培养学生抽象思维能力、逻辑推理能力和创新思维能力的使命，但是由于传统的高等代数教学模式往往过于注重知识的传授，而忽视了学生思维能力的提升和实践能力的培养。因此，如何在高等代数课程中引入新的教学理念和方法，以促进学生全面发展，成为当前高等教育改革的重要课题。所以本文将在思维提升的视角下，去探讨高等代数模块化课程设计与实施的研究，目的是希望通过引入课程思政、数学建模和科研融入等理念，去构建出一个既注重学生理论知识掌握，又强调学生实践能力与创新思维培养的高等代数课程体系。

关键词：思维提升；高等代数；模块化；课程设计

引言：

高等代数课程作为高等教育中的一门基础课程，其是大多数理工科专业的必修课，因为它的知识体系涵盖了矩阵、行列式、线性方程组、向量空间等内容。这些内容不仅对进一步学习高级数学课程至关重要，还对学生的逻辑思维、抽象思维能力及数学建模能力的培养有着直接影响。但是在传统教学中，许多高等代数课程侧重于公式的推导与定理的证明，学生往往缺乏对数学背后思想方法的深刻理解，且课程内容的讲授较为单一，导致学生的数学思维局限于机械的计算和记忆，难以适应复杂的实际问题。

近年来，随着教育理念的转型，思维能力的培养越来越受到重视，尤其是培养学生的批判性思维、创新思维和解决实际问题的能力，而高等代数作为基础课程，如何在传授知识的同时，提升学生的思维能力，成为了教学改革的一个重要课题。其中模块化课程设计作为一种新的教学模式，其已逐渐在各类学科的教学中得到了应用，教师通过对课程进行模块化分解，便能够有效地将知识点与思维能力的培养结合起来，使学生在学习知识的过程中，也能够不断提高自身的思维水平。

一、模块化教学的概念

模块化教学是一种先进的教育理念，它起源于工业生产中的“模块化”思想，后被广泛应用于教育领域，这种教学模式将课程内容划分为若干个相对独立但又相互关联的模块，每个模块都围绕一个特定的主题或知识点展开，目的是帮助学生系统地掌握知识和技能。其中在模块化教学中，每个模块都具有明确的学习目标和评估标准，学生可以根据自己的学习进度和兴趣选择学习顺序，这种灵活性极大地提高了学习的自主性和效率；与此同时模块与模块之间通过巧妙的设计相互衔接，形成完整的知识体系，确保学生在掌握每个模块内容的同时，也能理解它们之间的内在联系[1]。而且模块化教学还强调实践与应用，鼓励学生通过解决实际问题来加深对知识的理解和应用，这种教学方式不仅有助于培养学生的实践能力和创新思维，还能使他们在学习过程中不断获得成就感和满足感，从而激发更大的学习动力。

二、模块化教学的特点

2.1 知识体系的结构化与灵活性

模块化教学将整体课程内容细分为多个独立且相互关联的模块，每个模块聚焦于特定的知识点或技能领域。这种结构化设计使得知识体系清晰明了，便于学生按需学习；与此同时模块间的灵活组合可以满足不同学生的学习需求和兴趣，因为他们可以根据自身情况选择学习路径，甚至跨模块学习，从而提高了学习的自主性和个性化程度；除此以外模块化教学还便于教师根据教学反馈和学生需求调整教学内容，实现课程的持续优化与更新。

2.2 学习过程的实践导向与问题驱动

模块化教学强调实践与应用，每个模块通常都包含丰富的实践案例和问题解决任务，其中学生通过参与实践活动，不仅能够加深对理论知识的理解，还能培养解决实际问题的能力[2]。问题驱动的学习方式激励学生主动探索，通过团队合作、讨论交流等形式，共同寻找问题的解决方案，这种教学方式不仅可以提升学生的实践能力和团队协作能力，同时还能激发他们的创新思维和批判性思维。

2.3 教学效果的易评估与反馈及时

模块化教学便于对学生的学习效果进行阶段性评估，因为每个模块结束后，教师通过测试、作业或项目等形式便可以及时了解学生的学习情况，发现存在的问题，并给予针对性的反馈和指导。这种评估方式不仅能够大大提高评价的准确性和客观性，同时还可以促进教学相长；其次模块化教学还鼓励自我评价和同伴评价，使学生在反思中不断成长，形成良性循环的学习机制。这种及时有效的反馈机制有助于提升教学质量，确保学生达到既定的学习目标。

三、思维提升视角下的高等代数模块化课程设计与实施策略

3.1 基础巩固：建立扎实的代数基础

在思维提升视角下的高等代数模块化课程设计中，“基础巩固”是首要环节，因为这阶段的课程主要是为学生打下坚实的代数基础，确保他们掌握高等代数的基本概念、原理和定理。所以课程整体计划上，基础巩固模块通常安排在第一学期，通过系统的讲授和练习，帮助学生回顾并巩固中学数学知识，逐步过渡到高等代数的学习。

以“线性代数基础”中的“向量空间与线性变换”为例，这知识点是高等代数中的核心内容，也是后续学习矩阵理论、特征值问题等高级主题的基础。在课程整体计划中，该部分被精心安排在基础巩固模块的前半段，通过系统的讲授与练习，帮助学生从中学数学中的向量概念平滑过渡到高等代数中的向量空间理论。其中教师授课内容上需要先引入向量空间的概念，包括向量的定义、向量空间的性质以及子空间的概念；随后详细讲解线性变换的定义、性质以及矩阵表示。通过具体的例子，如考虑二维向量空间 R▮ 中的向量 $\alpha=(1,2)$ 和 $\beta=(3,4)$，以及线性

变换 T(x,y)=(2x−y,x+y)，展示如何计算向量在线性变换下的像，以及如何通过矩阵乘法来表示这一变换。具体地，线性变换 T 的矩阵表示为 $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}$，则 $T(\alpha)=A\alpha=\begin{pmatrix}2 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$。

授课方法上，采用讲授与讨论相结合的方式。教师首先通过清晰的逻辑和生动的例子讲解理论，随后引导学生通过小组讨论，自己动手计算不同向量在线性变换下的像，加深对线性变换和矩阵表示的理解；与此同时还要布置适量的课后习题，如要求学生找出特定线性变换的矩阵表示，或判断给定集合是否构成向量空间，并说明理由[3]。这些习题的主要目的是巩固学生在课堂所学内容，提高学生的计算能力和理论应用能力。

3.2 思维提升：培养抽象与逻辑推理能力

在“思维提升”阶段，高等代数模块化课程能够培养学生的抽象思维能力和逻辑推理能力，其中这阶段的课程通常安排在第二学期，其通过引入更复杂的代数结构和问题，引导学生深入思考，提升他们的数学思维能力。其中在授课内容上，思维提升模块涵盖向量空间、线性变换、特征值与特征向量、内积空间等高级主题，教师通过讲解这些高级主题，便可以使学生掌握高等代数的核心理论和方法，并学会运用它们解决更复杂的数学问题；其次在授课方法上，教师可以采用案例分析和问题解决的方式，去鼓励学生通过团队合作和独立思考，探索问题的多种解决方案。同时引入数学软件作为辅助教学工具，帮助学生进行数值计算和图形可视化，增强他们的实践能力。

以教学“特征值与特征向量”这知识点为例，它不仅是线性代数中的核心概念，也是连接矩阵理论与微分方程、量子力学等多个领域的桥梁，所以在授课内容上，我们需要详细阐述特征值与特征向量的定义、性质及其计算方法，特别是通过特征多项式、特征方程等数学工具，揭示矩阵内在的结构特征。

考虑一个具体的 3x3 矩阵 $A=\begin{pmatrix}4 & 1 & -2\\1 & 2 & 0\\-2 & 0 & 3\end{pmatrix}$，我们引导学生计算其特征多项式 $f(\lambda)=\det(A-\lambda I)$，其中 I 是单位矩阵。通过行列式的展开与化简，得到特征方程为 $\lambda^3-9\lambda^2+23\lambda-18=0$。解此方程，可得特征值 $\lambda_1=1, \lambda_2=2, \lambda_3=9$。随后，对于每个特征值，我们求解 $(A-\lambda I)X=0$，找到对应的特征向量。例如，当 $\lambda=2$ 时，解得特征向量 $X=k\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$，其中 k 是任意非零常数。

最后在教学方法上，我们可以采用案例分析与问题解决相结合的方式，并鼓励学生分组讨论，共同探索不同矩阵的特征值与特征向量的计算过程，然后引入数学软件如 Mathematica 或 MATLAB，辅助学生进行复杂的数值计算和图形可视化，如绘制特征值分布图，直观展示矩阵的谱性质。当然我们还可以设计一系列挑战性问题，如要求学生分析特定矩阵的特征值如何影响其行列式的值、逆矩阵的存在性，以及矩阵的秩等，去促使学生深入思考特征值与矩阵性质之间的内在联系，这样做可以进一步提升他们的抽象思维和逻辑推理能力。

3.3 开拓创新：激发创新思维与科研兴趣

“开拓创新”是高等代数模块化课程设计的最终目标，因为这阶段的课程主要目的是为了激发出学生的创新思维和科研兴趣，从而达到培养他们的自主学习和探究能力的目的。其中这阶段的课程通常安排在高年级或研究生阶段，教师通过引入前沿的代数理论和科研问题，引导学生深入探索未知领域。

以“群论”中的“有限群的结构与分类”为例，这课题不仅蕴含丰富的数学理论，还与密码学、编码理论等现代科技领域紧密相连，所以在授课内容上，我们可以去详细剖析群的基本概念、性质及其分类，特别是有限群的结构定理，如拉格朗日定理、柯西定理等，以及群在密码学中的应用，如 RSA 加密算法中的群论基础。如考虑一个具体的有限群 G，其阶为 n=12。我们引导学生利用群论知识，分析 G 的可能结构。根据拉格朗日定理，G 中任意元素的阶必为 n 的因数，即 1,2,3,4,6,12。进一步，我们探讨 G 是否包含特定阶的子群，以及这些子群的性质。例如，若 G 中存在阶为 4 的子群 H，则根据柯西定理，G 中存在阶为 4 的元素。此外，我们引导学生思考如何利用这些群论知识，设计或破解密码，如通过构造特定阶的群，来实现信息的加密与解密。最后我们还可以采用研讨班与项目驱动相结合的方式，让学生被鼓励自主选择研究课题，如探究特定阶群的分类、群在密码学中的新应用等，进行深入的文献调研和实验验证，并且我们海口也 i 提供丰富的科研资源，包括最新的学术论文、研究报告以及专业的数学软件，如 GAP，用于群的计算与可视化。同时定期邀请代数领域的专家学者进行专题讲座，分享他们的研究成果与科研经验，为学生提供更广阔的学术视野和更深入的科研指导[4]。

3.4 综合应用：提升数学建模与问题解决能力

在“综合应用”阶段，高等代数模块化课程会非常注重培养学生的数学建模能力和问题解决能力，这阶段的课程主要是为了通过实际问题的建模和求解过程去让学生能够将所学的代数知识应用于实际问题中，提升他们的综合素质和实践能力。所以教师在授课时可以综合应用模块涵盖数学建模的基本方法、代数模型在各个领域的应用案例等手段，并通过讲解这些内容和案例，去使学生能够了解数学建模的基本步骤和技巧，并学会运用代数知识解决实际问题。或者采用项目式学习和竞赛驱动的方式，鼓励学生参与数学建模竞赛和实际问题的建模求解过程，这样通过团队合作和竞赛实践，学生便能够锻炼自己的数学建模能力和问题解决能力，并学会与他人协作和沟通的技巧。

结语：

总而言之，教师通过思维提升视角下的高等代数模块化课程设计与实施研究，可以成功地将传授知识与培养思维能力相结合，从而构建出一个系统化、灵活化的课程体系。其从基础巩固到思维提升，再到开拓创新与综合应用，每个阶段都注重学生的全面发展，不仅能够夯实他们的代数基础，同时还可以激发其创新思维与科研兴趣。并且通过实践导向的教学方法和丰富的案例分析，学生不仅掌握了理论知识，还能够学会如何运用代数知识解决实际问题，为其未来的学术研究与职业发展奠定了坚实的基础。

参考文献：

[1]郭素霞. 高等代数课程教学探讨 [J]. 科技资讯, 2018, 16 (23): 192−193.

[2]胡晓飞. 实践取向小学教育理科方向高等代数课程建设的探索与实践 [J]. 长春教育学院学报, 2013, 29 (21): 81−82.

[3]罗江. 地方师范院校高等代数探究式教学研究与实践 [J]. 凯里学院学报, 2012, 30 (06): 30−32.

[4]高玉峰,周志文. 混合式教学法在高等代数课程教学改革中的应用 [J]. 通化师范学院学报, 2012, 33 (12): 56−57.

李立莉，出生年：1982 年，性别：女，民族：汉族，籍贯山东青岛，现所任职单位：岭南师范学院数学与统计学院，邮编（学校邮编）：524048，职称：副教授，学历：研究生，研究方向：基础数学。

课题：广东省高等教育教学改革建设项目（352）