

HPM 视角下民族地区初中数学“圆”的教学研究

仁青看珠 求波

阿坝师范学院藏汉双语学院 四川汶川 623002

摘 要: 本文基于 HPM 视角, 立足民族地区初中数学教学实际对民族地区初中数学“圆”的教学进行了探讨。本文给出了多种数学史融入圆教学的策略, 结合教学案例, 展示了数学史融入圆教学的具体方法, 为民族地区初中数学“圆”的教学提供一定的建议和思考。

关键词: 民族教育; 圆的教学; 初中数学; 数学史

1. 问题提出

数学, 作为自然科学的基础学科之一, 不仅承载着严谨的逻辑推理和精确的计算方法, 还蕴含着丰富的历史文化背景。近年来, 随着教育理念的不断更新, 数学史与数学教育 (HPM) 成为国内外数学教育研究的热点领域。将数学史融入数学教学, 对改进教师的知识观、学习观和教学观具有积极意义。数学史融入数学课程的重要性及价值被国际数学教育界广泛认同^[1]。HPM 视角下, 通过挖掘数学发展过程中的历史背景、思想演变和数学家的探索历程等教学资源, 在教师指导下, 学生沿着数学知识产生与发展的脉络, 感知数学在人类文明发展中的作用, 实现知、情、意统一发展^[2]。

2. 数学史融入圆教学的策略

在圆的课堂教学中, 数学史知识可以通过以下方式融入教学:

2.1 介绍圆的概念的产生的过程

在讲解圆的知识时学生会接触到圆周率的概念, 这时可以向学生回顾圆的发展历程。人类对圆的认识是从日常生活中开始的, 例如早期人类用锋利的石器打造圆形的器皿和孔洞, 制作圆形的陶器, 圆形的车轮^[3]等等。

当我们回望历史, 会发现圆的形象始终萦绕在人类文明的进程中。在中国古代, 《周髀算经》中“环矩以为圆”的记载, 展现了先民通过工具构造圆形的智慧。而祖冲之在《缀术》中创造的“割圆术”, 以惊人的计算毅力将 π 推算至小数点后第七位 (3.1415926), 这一成果不仅领先世界千年, 更孕育出“极限思维”的东方数学哲学——正如他所说: “割之弥细, 所失弥少, 割之又割, 以至于不可割, 则与圆合体而无所失矣。”这种从具象到抽象、从实践到理

论的升华过程, 正是数学思维最具魅力的绽放。古埃及人在建造金字塔时, 精确设计的正方形底座与锥形结构之间, 处处蕴含着对圆形对称性的极致追求; 古巴比伦人早在公元前 18 世纪便利用圆内接正六边形计算出了 $\pi \approx 3.14$ 的近似值, 刻在《汉谟拉比法典》泥板上的楔形文字记录着人类首次对圆周率的理性丈量。

2.2 介绍与圆的有关的数学文化

通过对圆的数学文化的介绍, 教师可以展示圆的数理美。在东方美学体系中, 圆的禅意早已渗透进文人墨客的精神世界。宋代米芾在《画史》中记载的“米点皴”, 用圆弧状的笔触捕捉山峦云雾的氤氲, 这种“圆中寓方, 方中见圆”的绘画哲学, 与当代拓扑学中“莫比乌斯环”的单侧曲面形成奇妙共鸣。当敦煌壁画中的飞天手持莲花法器凌空起舞, 那花瓣层叠的圆形轮廓, 不正是对黄金分割比例最生动的礼赞? 这种跨越时空的艺术共鸣, 揭示出人类对圆的本质认知具有超越地域与时代的共性。



图 1 阴阳双鱼图

从太极图中的阴阳双鱼 (图 1) 到 DNA 双螺旋的优美弧线, 圆始终是人类丈量宇宙的标尺。这种几何图形既是数

学家的理想模型，又是艺术家的情感容器，更是哲学家思考存在本质的隐喻。当教师引领学生穿越这条由圆串联起的文明长链时，不仅能让他们理解 π 的无理数特性，更能培育其“以美启真、以真证美”的跨界思维。正如数学家庞加莱所言：“数学的真谛，在于它用最简洁的符号演绎着宇宙最深邃的和谐。”而这和谐的终极密码，或许就藏在每个人心中那个永不圆满却永远追寻圆满的圆里。

2.3 介绍与圆的有关的民族数学文化

民族地区的数学教师在介绍圆的数学文化时可以展现具有特色的饰品图案，如藏族地区常见的九宫八卦(图2)等。



图2 九宫八卦

九宫八卦牌，藏语发音同“麦若”，一般为圆形。九宫八卦牌的正中分为三圈。内圈是九宫，每格内各有一个数字。中圈为八卦，分别是乾、坤、震、巽、坎、离、艮、兑，代表天、地、雷、风、水、火、山、泽八种事物。外圈是十二生肖，代表十二地支以纪年的十二种动物，配合天干演化成六十甲子。九宫八卦牌布局严谨、周密、以多种几何形所分割的画面为基础，有秩序地安排主次形象^[4]。

通过熟悉的民族数学文化，学生对圆的图形和性质的认识会更加的深刻。数学史知识融入圆的教学方法是数学教师根据学生的年龄以及认知的特点为出发点，找到符合初中学生阶段学习新知识的数学史内容将适量的传授给学生，在传授的之前对它进行加工和转化，潜移默化地将数学史的知识 and 思想传授给学生，帮助学生树立正确的、科学的数学观^[5]。

3. 数学史融入圆的教学片段

圆的知识在初中阶段数学学习的重要内容，在学习圆的知识时我们可以向学生描述圆的起源以及发展，这样更有利于学生多角度理解圆的知识，激发学生学习数学的兴趣，提高学生在学习数学方面的信心。在讲授圆的知识时要结合学生认知情况出发，通过介绍圆的起源和发展过程的故事来

吸引学生，从而激发学生的好奇心。

3.1 创设情境，复习引入



图3 藏族锅庄舞

典型案例：锅庄舞，也叫圆圈舞，是藏族非常有代表性的民间舞蹈，“圆”这一文化符号表征，映射了中华文化深层内涵，与中华传统观念中“天圆地方”这种文化表征极为契合，同时表达了这一文化符号蕴藏的向心力和聚合力^[6]。锅庄舞采用“圆”这一特殊符号作为展现形式，有助于动作的学习，使参与者形成强烈的文化归属感^[7]。

圈舞的“圆形思维”通过从历史符号到现代实践的转化，具有将多民族凝聚为中华民族的磅礴力量。藏彝走廊的圈舞以数学化的圆形结构构建起多民族共生的文化场域。藏彝走廊多民族圈舞是促进相关民族认同于中华文化的重要遗产，在铸牢中华民族共同体意识过程中具有重要意义。

通过展示锅庄舞(图3)等图形，让学生了解圆形在实际生活中具有广泛的应用，并适时开展思政育人。

3.2 提出问题，概念探究

圆是生活中及其常见的一种图形，人们是如何认识圆、利用圆呢？教师以商周时期青铜战车的镂空轮毂与现代汽车各种型号材质的车轮先比较，借助这些跨越五千年的圆形设计，揭示着“车轮都爱穿圆鞋这一现象”。提出问题：“同学们，你们是否思考过为什么古代车轮都设计成圆形？战国时期的墨子曾说‘圆，一中同长也’，这句话蕴含着什么数学奥秘呢？随着问题抛出，学生的好奇心被激发。

此时引入墨子“圆，一中同长也”的论述，通过动画演示：当车轮为正方形时，棱角在沙地上留下尖锐划痕；而圆形车轮滚动时，接触面均匀分布，沙粒被“压扁”成连续的弧形轨迹。这种直观对比让学生顿悟：圆的本质特征在于“所有点到中心距离相等”，这正是减少摩擦、实现平稳运动的特殊几何属性。

学生活动：分组用麻绳测量不同圆形物体的周长和直径，记录数据。

发现规律：各小组汇报 C/d 的比值，引出圆周率概念。

数学史链接：展示我国《周髀算经》（约成书于公元前 1 世纪）所记载的圆周率：“周三径一”^[8]，对比学生实验结果。

通过提出问题激发学生的好奇心和探索欲。接着组织学生活动让学生在实践中感受圆的特性，使学生在动手操作中发现数学规律。借助《周髀算经》中记载的古老圆周率，旨在让学生了解数学文化的悠久历史，同时验证他们的实验发现，增强对数学的兴趣和信心。

3.3 文化浸润、公式推导

（1）数学史剧场：由学生扮演分别扮演刘徽和祖冲之，开展一场穿越时空的对话。

构建以刘徽割圆术与祖冲之缀术为核心的跨时空对话教学模式，模拟中国古代数学家的的工作场景：刘徽：“吾创割圆术，以六觚之面割之，十二觚，二十四觚...割之弥细，所失弥少”，表演者持算筹演示正多边形迭代阐释“割圆术”的极限思想。祖冲之：“晚辈承先生之法，算得圆周率在 3.1415926 与 3.1415927 之间，以缀术推之”，表演者操作算具展示圆周率区间的推导过程。通过角色扮演，教学环节设计中遵循历史认知论原则，在剧场空间中构建古今对话，藉此实现数学史的情景化重构，使学生了解中国传统计算的特点，使学生体验中国古代数学家的智慧与成就，增强对数学文化的认同感和自豪感。借助生动的形式展现数学史，教师使枯燥的数学知识变得有趣，激发学生的学习兴趣，帮助学生了解割圆术和缀术的历史背景，为后续学习提供情景和支持。

（2）多元数学文化比较：同步展示古希腊阿基米德计算圆周率的方法，比较东西方数学思维差异。

阿基米德在《圆的度量》中建立了圆周率计算体系，阿基米德计算圆周率的主要思想已为众人所熟知，体现出古希腊几何学严格的公理化演绎特征，其核心方法可解构为递归二分法的几何穷竭过程。阿基米德分别从圆内接、圆外切正六边形开始，通过角的平分，递推估计圆内接和圆外切的正 12、24、48、96 边形的边长，最终由圆内接和圆外切正 96 边形的周长的估计得到圆周率的下界和上界估计^[9]。

通过比较东西方计算圆周率的方法，让学生认识到数学是全人类共同的财富，不同文化背景下有不同的数学思维和方法，并鼓励学生思考东西方数学思维的差异，培养批判性思维。

通过数学史剧场、多元数学文化比较、实践操作等多种

方式，激发学生的学习兴趣，拓宽学生的视野，培养学生的批判性思维、实践操作能力和数学思维能力，为学生全面掌握圆形面积的计算方法以及后续的数学学习打下坚实的基础。

4. 总结

本研究基于 HPM 视角，聚焦民族地区初中数学“圆”的教学，探讨数学史融入课堂教学的实践策略与价值。本文提出了多种数学史融入圆的教学策略，并通过具体的教学案例展示了实施过程。研究认为，将数学史融入数学教学不仅有助于丰富教学内容，还能激发学生的学习兴趣，提升他们对数学文化的认知和认同感。数学史融入民族地区初中数学“圆”的教学具有重要的现实意义，本文为民族地区初中数学教师开展圆的教学、改进民族地区数学教育的现状以及提升学生的数学学习效果提供了一定的教学参考和启示。

参考文献：

- [1] 宋乃庆, 蒋秋, 李铁安. 数学史促进学生学习发展——基于小学数学课程的视角[J]. 自然辩证法通讯, 2021, 43(10): 71-76.
- [2] 王艳芝, 张春莉, 高方方. 数学史视角下学科育人的实施路径[J]. 教育科学研究, 2022, (07): 59-65.
- [3] 汪晓勤. HPM: 数学史与数学教育[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2017.
- [4] 修亚男. 探析藏地九宫八卦牌的艺术语言[J]. 美术大观, 2014, (11): 60-61.
- [5] 李晓蓝. 初中“数与代数”教学中融入数学史的策略研究[D]. 西北师范大学, 2021.
- [6] 唐白晶. 藏彝走廊多民族圈舞及其中华文化认同功能论析[J]. 北京舞蹈学院学报, 2022, (02): 68-75.
- [7] 袁美君, 耿献伟. 符号与认同: 锅庄舞铸牢中华民族共同体意识研究[J]. 濮阳职业技术学院学报, 2024, 37(06): 57-61.
- [8] 孙越, 姚豆豆. 圆周率计算: 中国古代数学发展史上的明珠[J]. 科学大众(中学生), 2024, (09): 27-29.
- [9] 欧阳顺湘. 阿基米德对圆周率之估计及其与刘徽之“割圆术”的比较(续 1)[J]. 数学通报, 2023, 62(08): 39-47.

作者简介：

仁青看珠（1997—），女，藏族，四川丹巴人，学生，本科，阿坝师范学院，主要从事数学教育研究。

基金项目：阿坝师范学院科研项目（S202210646142，20212001006，202402002）。