

# 锚拉桩及抗滑桩计算的基本原理和工程实例

张 虎<sup>1</sup> 赵春平<sup>2</sup>

1.信息产业电子第十一设计研究院科技工程股份有限公司重庆分公司 重庆 400039

2.四川鼎华联合设计顾问有限公司重庆分公司 重庆 400039

**【摘要】**：本文阐述了锚拉桩及抗滑桩计算的基本原理和方法，并结合两个具体工程实例予以说明，表明利用位移变形协调来计算锚拉桩及抗滑桩的基本原理是有效的。

**【关键词】**：锚拉桩；抗滑桩；位移变形协调；锚固段；悬臂段

## 1 前言

锚拉桩是一种以预应力锚索、桩、挡土板复合组成的一种轻型支挡结构，其作用原理是侧向岩土压力作用于挡土板和桩，同时挡土板的作用力传递给桩，再由桩将大部分作用力传递给预应力锚索，与之相比，抗滑桩主要是不考虑锚索的作用，其他两者基本相同。从20世纪80年代在我国首次使用这类挡墙以来，到目前已广泛应用在小区环境、公路、铁路、矿山及水利等工程中。

锚拉桩的内力主要包括锚索、桩、挡土板受力，锚拉桩变形的过程是锚索、桩及挡土板之间相互协调共同作用的过程，与之相比，抗滑桩主要是锚索不参与，其他两者基本相同。传统的计算模型都是从力矩平衡的力学角度出发，不能合理解释内力和变形的相互关系。通过对锚拉桩及抗滑桩受力和变形机制的分析，给出利用位移变形协调来计算锚拉桩及抗滑桩的基本原理和方法，并通过与工程实例的对比分析，初步验证利用位移变形协调来计算锚拉桩及抗滑桩的基本原理和方法的合理性、可行性。

## 2 锚拉桩及抗滑桩计算的基本原理

抗滑桩与锚拉桩计算的基本原理和方法大体相同，仅仅是不考虑锚索的作用，故以下主要围绕锚拉桩进行说明。

### 2.1 预应力锚索拉力计算

#### 2.1.1 计算假定

(1) 假定每根桩承担相邻桩距各一半的岩土侧向压力，岩土间摩擦力不予考虑。

(2) 将锚拉桩视为一个多自由度体系，桩与锚索连接处认为变形协调。

#### 2.1.2 锚索受力的确定

计算模型，详见图2.1。

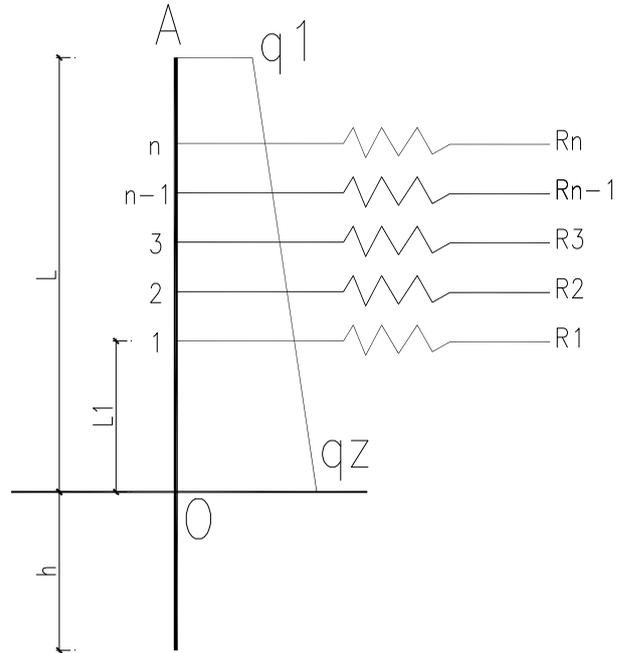


图 2.1 锚拉桩挡墙结构计算模型示意

如图 2.1 所示，剪力  $Q_0$  及弯矩  $M_0$  计算如下：

$$\text{式 (2.1)} \quad \begin{cases} Q_0 = Q - \sum_{j=1}^n R_j \\ M_0 = M - \sum_{j=1}^n L_j R_j \end{cases}$$

$$\text{式 (2.2)} \quad f_i = \Delta_i$$

$$\text{式 (2.3)} \quad f_i = X_0 + \varphi_0 L_i + \Delta_{iq} - \sum_{j=1}^n \Delta_{ij}$$

$$\text{式 (2.4)} \quad \Delta_i = \delta_i (R_i - R_{i0})$$

$$\text{式 (2.5)} \quad \delta_i = \frac{4 \cdot L_i}{E_g \pi d_i^2}$$

用公式法：

$$\text{式 (2.6)} \quad \begin{cases} X_0 = \frac{Q_0}{\beta^3 EI} \Phi_1 + \frac{M_0}{\beta^2 EI} \Phi_2 \\ \varphi_0 = -\left( \frac{Q_0}{\beta^2 EI} \Phi_2 + \frac{M_0}{\beta EI} \Phi_3 \right) \end{cases}$$

令

$$\text{式 (2.7)} \quad X_0 + \varphi_0 L_i = A_i Q_0 + B_i M_0$$

$$\text{式 (2.8)} \quad \begin{cases} A_i = \frac{\Phi_1}{\beta^3 EI} + \frac{\Phi_2}{\beta^2 EI} L_i \\ B_i = \frac{\Phi_2}{\beta^2 EI} - \frac{\Phi_3}{\beta EI} \end{cases}$$

将式(2.1)、(2.3)、(2.4)、(2.7)代入式(2.2):

$$A_i(Q - \sum_{j=1}^n R_j) + B_i \left( M - \sum_{j=1}^n R_j L_j \right) + \Delta_{iq} - \sum_{j=1}^n R_j \delta_{ij} = \delta_i (R_i - R_0)$$

计算得:

$$\sum_{j=1}^n (A_i + B_i L_j + \delta_{ij}) R_j + \delta_i R_i = A_i Q + B_i M + \Delta_{iq} + \delta_i R_0$$

$$\text{令式 (2.9)} \quad \begin{cases} \xi_{ij} = A_i + B_i L_j + \delta_{ij} \\ C_i = A_i Q + B_i M + \Delta_{iq} + \delta_i R_0 \end{cases}$$

$$\text{则式 (2.10)} \quad \sum_{j=1}^n \xi_{ij} R_j + \delta_i R_i = C_i$$

求解式(2.10), 可确定  $R_j$ 。

## 2.2 桩身内力计算

### 2.2.1 悬臂段桩身内力计算

求得各锚索拉力后, 代入(2.1)式, 可求得  $M_0$  和  $Q_0$ , 已知桩后土压力, 可求得悬臂段的桩身内力。

### 2.2.2 锚固段桩身内力计算 (m 法)

$m$  法多用于老土层。

梁的挠曲方程为:

$$\text{式 (2.11)} \quad EI \frac{d^4 x}{dy^4} = -p$$

$$\text{式 (2.12)} \quad p = x C_H B_p = m_H y x \cdot B_p$$

$$\text{式 (2.13)} \quad EI \frac{d^4 x}{dy^4} = -m_H y x \cdot B_p$$

由式(2.13)为可得:

$$x_y = x_0 A_1 + \frac{\phi_0}{\alpha} B_1 + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_1 + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_1$$

$$\phi_y = \alpha(x_0 A_2 + \frac{\phi_0}{\alpha} B_2 + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_2 + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_2)$$

$$M_y = \alpha^2 EI(x_0 A_3 + \frac{\phi_0}{\alpha} B_3 + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_3 + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_3)$$

$$Q_y = \alpha^3 EI(x_0 A_4 + \frac{\phi_0}{\alpha} B_4 + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_4 + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_4)$$

$$\text{式 (2.14)} \quad \sigma_y = m_H \cdot y \cdot x$$

以上各式中:

$x_0$ 、 $\phi_0$ 、 $M_0$ 、 $Q_0$ —分别为桩在滑面处的位移、转角、弯矩和剪力。

$A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$ 、 $D_1$ —随桩的换算深度而异的系数。

①当桩底为固定端时,  $x_h = \phi_h = 0$ , 但  $M_h \neq 0$ ,  $Q_h \neq 0$ 。

将  $x_h = 0$  和  $\phi_h = 0$ , 代入式(14)的前两式, 联立求得:

$$\text{式 (2.15)} \quad \begin{cases} x_0 = \frac{M_0}{\alpha^2 EI} \cdot \frac{B_1 C_2 - C_1 B_2}{A_1 B_2 - B_1 A_2} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \cdot \frac{B_1 D_2 - D_1 B_2}{A_1 B_2 - B_1 A_2} \\ \phi_0 = \frac{M_0}{\alpha EI} \cdot \frac{C_1 A_2 - A_1 C_2}{A_1 B_2 - B_1 A_2} + \frac{Q_0}{\alpha^2 EI} \cdot \frac{D_1 A_2 - A_1 D_2}{A_1 B_2 - B_1 A_2} \end{cases}$$

将  $x_0$  和  $\phi_0$  代入(14), 可求桩身任一深度处的内力和变形。

②当桩底为铰接端时,  $x_h = 0$  而  $\phi_h \neq 0$ ,  $M_h = 0$ , 而  $Q_h \neq 0$ , 不考虑桩底弯矩的影响。将  $x_h = 0$  和  $M_h = 0$ , 代入式(14)的第1、3式, 联立求得

$$\text{式 (2.16)} \quad \begin{cases} x_0 = \frac{M_0}{\alpha^2 EI} \cdot \frac{C_1 B_3 - B_1 C_3}{B_1 A_3 - A_1 B_3} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \cdot \frac{D_1 B_3 - B_1 D_3}{B_1 A_3 - A_1 B_3} \\ \phi_0 = \frac{M_0}{\alpha EI} \cdot \frac{A_1 C_3 - C_1 A_3}{B_1 A_3 - A_1 B_3} + \frac{Q_0}{\alpha^2 EI} \cdot \frac{A_1 D_3 - D_1 A_3}{B_1 A_3 - A_1 B_3} \end{cases}$$

将  $x_0$  和  $\phi_0$  代入(2.14), 可求桩身任一深度处的内力和变形。

③当桩底为自由端时,  $M_h = 0$ 、 $Q_h = 0$  而  $x_h \neq 0$ 、 $\phi_h \neq 0$ 。将  $Q_h = 0$  和  $M_h = 0$ , 代入式(2.14)的第3、4式, 联立求得

$$\text{式 (2.17)} \quad \begin{cases} x_0 = \frac{M_0}{\alpha^2 EI} \cdot \frac{C_4 B_3 - B_4 C_3}{B_4 A_3 - A_4 B_3} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \cdot \frac{D_4 B_3 - B_4 D_3}{B_4 A_3 - A_4 B_3} \\ \phi_0 = \frac{M_0}{\alpha EI} \cdot \frac{A_4 C_3 - C_4 A_3}{B_4 A_3 - A_4 B_3} + \frac{Q_0}{\alpha^2 EI} \cdot \frac{A_4 D_3 - D_4 A_3}{B_4 A_3 - A_4 B_3} \end{cases}$$

将  $x_0$  和  $\phi_0$  代入(2.14), 可求桩身任一深度处的内力和

变形。

### 2.2.3 锚固段桩身内力计算 (k 法)

k 法多用于中风化岩层。

桩顶受水平荷载的挠曲微分方程为:

$$\text{式 (2.18)} \quad EI \frac{d^4 x}{dy^4} + xK_H B_p = 0$$

式中  $xK_H B_p$ —地基作用于桩上的水平抗力, 引入变形系

数  $\beta = \sqrt{\frac{K_H B_p}{4EI}}$ , 即:

$$\text{式 (2.19)} \quad K_H B_p = 4EI\beta^4$$

$$\text{式 (2.20)} \quad \frac{d^4 x}{dy^4} + 4\beta^4 x = 0$$

解方程得:

$$x_y = x_0 \phi_1 + \frac{\phi_0}{\beta} \phi_2 + \frac{M_0}{\beta^2 EI} \phi_3 + \frac{Q_0}{\beta^3 EI} \phi_4$$

$$\phi_y = \beta(-4x_0 \phi_4 + \frac{\phi_0}{\beta} \phi_1 + \frac{M_0}{\beta^2 EI} \phi_2 + \frac{Q_0}{\beta^3 EI} \phi_3)$$

$$M_y = -4x_0 \beta^2 EI \phi_3 - 4\phi_0 \beta EI \phi_4 + M_0 \phi_1 + \frac{Q_0}{\beta} \phi_2$$

$$Q_y = -4x_0 \beta^3 EI \phi_2 - 4\phi_0 \beta^2 EI \phi_3 - 4M_0 \phi_4 + Q_0 \phi_1$$

$$\text{式 (2.21)} \quad \sigma_y = Kx_y$$

式中  $\phi_1$ 、 $\phi_2$ 、 $\phi_3$ 、 $\phi_4$ —k 法的影响函数值, 见:

$$\phi_1 = \cos \beta y \cdot ch \beta y$$

$$\phi_2 = \frac{1}{2} (\sin \beta y \cdot ch \beta y + \cos \beta y \cdot sh \beta y)$$

$$\phi_3 = \frac{1}{2} \sin \beta y \cdot sh \beta y$$

$$\phi_4 = \frac{1}{2} (\sin \beta y \cdot ch \beta y - \cos \beta y \cdot sh \beta y)$$

下面桩底考虑三种约束条件。

①当桩底为固定端时,  $x_h = 0$  和  $\phi_h = 0$ , 代入式(2.21)

的 1、2 式, 联立求得:

$$x_0 = \frac{M_0}{\beta^2 EI} \cdot \frac{\phi_2^2 - \phi_1 \phi_2}{4\phi_4 \phi_2 + \phi_1^2} + \frac{Q_0}{\beta^3 EI} \cdot \frac{\phi_2 \phi_3 - \phi_1 \phi_4}{4\phi_4 \phi_2 + \phi_1^2}$$

$$\phi_0 = -\frac{M_0}{\beta^2 EI} \cdot \frac{\phi_1 \phi_2 + 4\phi_3 \phi_4}{4\phi_4 \phi_2 + \phi_1^2} - \frac{Q_0}{\beta^3 EI} \cdot \frac{\phi_1 \phi_3 + 4\phi_4^2}{4\phi_4 \phi_2 + \phi_1^2}$$

②当桩底为铰接端时,  $x_h = 0$ 、 $M_h = 0$  而  $\phi_h \neq 0$ ,  $Q_h \neq 0$ , 不考虑桩底弯矩的影响。将  $x_h = 0$  和  $M_h = 0$ , 代入式 (2.21) 的第 1、3 式, 联立求得

$$x_0 = \frac{M_0}{\beta^2 EI} \cdot \frac{4\phi_3 \phi_4 + \phi_1 \phi_2}{4\phi_2 \phi_3 - 4\phi_1 \phi_4} + \frac{Q_0}{\beta^3 EI} \cdot \frac{4\phi_4^2 + \phi_2^2}{4\phi_2 \phi_3 - 4\phi_1 \phi_4}$$

$$\phi_0 = -\frac{M_0}{\beta^2 EI} \cdot \frac{4\phi_3^2 + \phi_1^2}{4\phi_2 \phi_3 - 4\phi_1 \phi_4} - \frac{Q_0}{\beta^3 EI} \cdot \frac{4\phi_3 \phi_4 + \phi_1 \phi_2}{4\phi_2 \phi_3 - 4\phi_1 \phi_4}$$

③当桩底为自由端时,  $M_h = 0$ 、 $Q_h = 0$  而  $x_h \neq 0$ 、 $\phi_h \neq 0$ 。将  $Q_h = 0$  和  $M_h = 0$ , 代入式 (2.21) 的第 3、4 式, 联立求得

$$x_0 = \frac{M_0}{\beta^2 EI} \cdot \frac{4\phi_4^2 + \phi_1 \phi_3}{4\phi_3^2 - 4\phi_2 \phi_4} + \frac{Q_0}{\beta^3 EI} \cdot \frac{\phi_2 \phi_3 - \phi_1 \phi_4}{4\phi_3^2 - 4\phi_2 \phi_4}$$

$$\phi_0 = -\frac{M_0}{\beta^2 EI} \cdot \frac{4\phi_3 \phi_4 + \phi_1 \phi_2}{4\phi_3^2 - 4\phi_2 \phi_4} - \frac{Q_0}{\beta^3 EI} \cdot \frac{\phi_2^2 - \phi_1 \phi_3}{4\phi_3^2 - 4\phi_2 \phi_4}$$

将上述不同约束条件下对应的  $x_0$  和  $\phi_0$  代入式 (2.21), 滑面以下桩身任一截面的变位和 P 即可确定。

锚拉桩是一个多次超静定结构, 锚索拉力和桩身内力由其协调变形确定。桩的位置确定后, 其所处的地层也就确定, 也即桩身所受土压力及地基抗力就为定值。桩身内力就主要由锚索拉力决定, 而锚索拉力受锚索个数、锚索距桩顶的距离、锚索钢绞线根数、锚索自由段长度、锚索钢绞线强度、锚索预应力设定值、桩的横断面、桩长(悬臂段长和锚固段长)等因素影响而确定。不断地调整这些因素值, 使得锚索拉力小于锚索抗拔力, 桩身内力满足配筋要求、桩顶水平位移小于 100mm, 即进行预应力锚索拉力和桩身内力的计算。

## 2.3 工程实例一

### 2.3.1 工程概况

该锚拉桩挡墙位于重庆市江北区鸿恩寺公园附近, 属于中凯-城市之光(重庆大石坝组团 k11-3 地块项目)的环境挡墙。挡墙长约 90m, 桩间距 3.5m, 桩截面 1.0mX1.5m, 桩总长 16.5m, 嵌岩段 8.0m (其中老土层 6.0m,  $m=50 \text{ MN/m}^4$ ; 中

风化泥岩层 2.0m,  $K=120 \text{ MN/m}^3$ ), 桩上设置两排锚索, 第一排锚索  $15 \phi s15.2$ , 距离桩顶 5.0m, 第二排锚索  $11 \phi s15.2$ , 距离桩顶 8.0m。挡墙具体情况详见图 2.2。

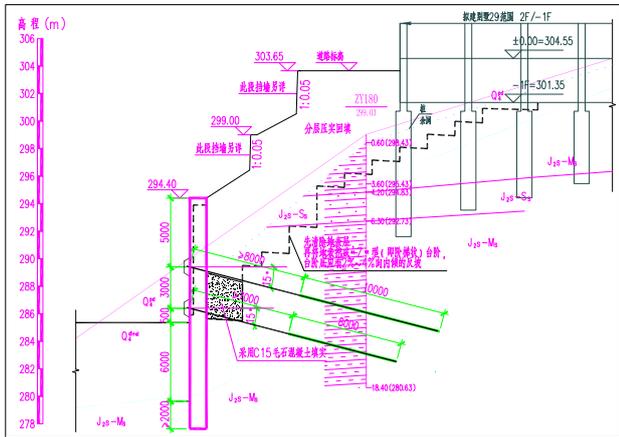
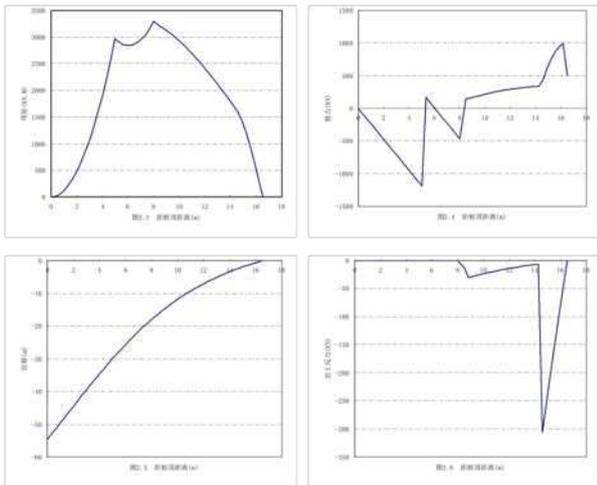


图 2.2 预应力锚索桩板挡墙示意

### 2.3.2 计算结果分析

根据上面给出的挡墙条件, 再结合墙后岩土土压力, 利用理正岩土软件, 我们得出如下结果, 详见图 2.3、2.4、2.5、2.6。



从图 2.3~2.6 可见, 桩身最大弯矩约为 3298KN.M, 在桩顶下 8.0m 处出现; 最大剪力约为 1186KN, 在桩顶下 5.0m 处出现, 剪力在有锚索处发生突变, 在岩土层水平抗力发生变化处突变; 桩顶位移约为 79mm; 最大岩土反力约为 306KN, 在桩顶下 14.5m 处出现, 岩土反力在岩土层水平抗力发生变化处突变。目前, 本工程已顺利实施且竣工, 在施工和使用期间, 对边坡关键部位进行了监测, 监测值均在合理范围之内。

## 2.4 工程实例二

### 2.4.1 工程概况

该抗滑桩挡墙位于重庆市江北区鸿恩寺公园附近, 属于

中凯-城市之光(重庆大石坝组团 k11-3 地块项目)的环境挡墙。挡墙长约 30m, 桩间距 3.3m, 圆形桩直径 2.4m, 桩总长 28.5m, 嵌岩段 12.0m(中风化泥岩层为钻穿,  $K=120 \text{ MN/m}^3$ ), 挡墙具体情况详见图 2.7。

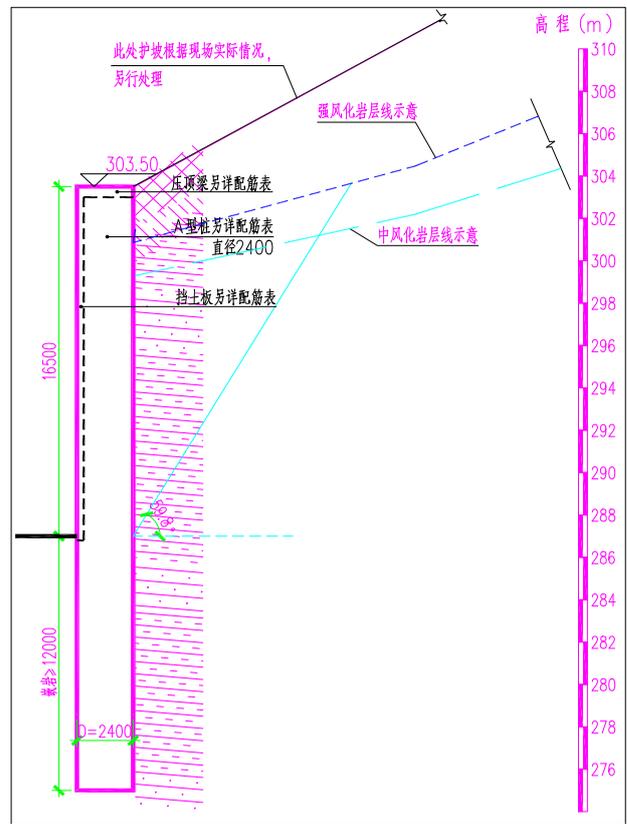
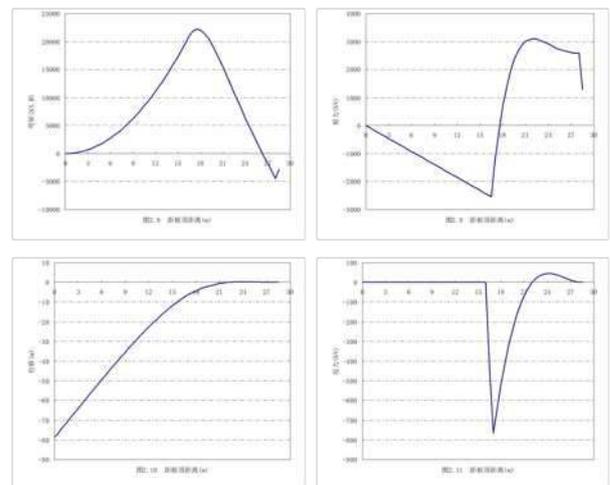


图 2.7 桩板挡墙示意

### 2.4.2 计算结果分析

根据上面给出的挡墙条件, 再结合墙后岩土土压力, 利用理正岩土软件, 我们得出如下结果, 详见图 2.8、2.9、2.10、2.11。



从图 2.8~2.11 可见, 桩身最大弯矩约为 22227.87KN.M,

在桩顶下 17.5m 处出现;最大负剪力约为 2541.4KN,在桩顶下 16.5m 处出现,最大正剪力约为 3095KN,在桩顶下 22m 处出现,剪力方向反向出现在桩顶下 17.5m~18.0m 间;桩顶位移约为 78.75mm;最大岩土反力约为 764KN,在桩顶下 17m 处出现,岩土反力方向反向出现在桩顶下 21.5m~22m 间。目前,本工程已顺利实施且竣工,在施工和使用期间,对边坡关键部位进行了监测,监测值均在合理范围之内。

### 3 结语

本文阐述了利用位移变形协调来计算锚拉桩及抗滑桩挡墙的基本原理和方法,并结合两个具体工程实例分析锚拉桩及抗滑桩挡墙的内力和位移,结果表明,利用位移变形协调原理,可以较合理分析锚拉桩及抗滑桩挡墙的内力和位移。

### 参考文献:

- [1] 黄焱.预应力锚索抗滑桩加固既有挡墙的优化设计研究[D].重庆大学硕士论文,2009.4.
- [2] 周德培,王建松.预应力锚索桩内力的一种计算方法[J].岩石力学与工程学报,2002.2
- [3] 张繁荣.抗滑结构设计及施工技术研究[J].西南交通大学硕士论文,2004.2.
- [4] 贾虎.抗滑结构在实际应用中的研究[D].重庆交通大学硕士论文,2007.12.
- [5] 杨博铭.预应力锚索抗滑桩治理公路高陡边坡的理论与应用研究[D].湖南大学硕士论文,2005.11.
- [6] 周北.预应力锚索抗滑桩结构设计理论与应用研究[D].湖南大学硕士论文,2009.4.
- [7] 杨博铭.预应力锚索抗滑桩治理公路高陡边坡的应用[J].中南公路工程,2005.12.
- [8] 莫进丰.开挖边坡变形稳定性分析与稳定性控制研究[D].中南大学硕士论文,2010.5.
- [9] 宋从军.路堑高边坡开挖变形理论及控制措施研究[D].西南交通大学博士论文,2004.5.
- [10] 王德权.预应力锚索抗滑桩在路堑高边坡中的应用研究[D].昆明理工大学硕士论文,2007.10.
- [11] 钱家欢,殷宗泽主编.土工原理与计算[M].水利水电出版社,2000.10 第4版.
- [12] 吴德伦,黄质宏,赵明阶.岩石力学[M].重庆大学出版社,2002.
- [13] 陶振宇.岩石力学的理论与实践[M].北京:水利出版社,1981.
- [14] 黄强.建筑基坑支护技术规程[J].应用指南,2013.
- [15] 中华人民共和国交通行业标准.公路加筋土工程设计规范[S].交通行规,2016.