

竖向激振下均质饱和土体的动力响应研究

马 堃

苏州科技大学土木工程学院 江苏苏州 215011

摘 要: 针对在小应变情况下竖向激振作用对饱和土体的动力响应研究。利用饱和多孔介质理论和 Novak 薄层法理论, 将大直径桩视为 Rayleigh-Love 杆件, 建立大直径桩-饱和土耦合模型。结合土的边界条件及初始条件, 利用积分变换法求解土体的动力方程, 进而推导出土体动力响应频域解析解, 再利用傅里叶变换的逆运算和卷积定理得到土体的动力响应速度时域半解析解。通过考虑桩的横向惯性效应来近似考虑大直径桩的三维波动效应, 分析饱和土中桩长和桩径、土体距离对桩周土响应的影响, 得到了速度频域曲线和时域曲线的动态变化规律。

关键词: 竖向激振; 饱和土; 大直径桩; 土的动力响应; 桩-土耦合作用

引言

在当今土木工程、地震工程以及海洋工程等众多领域的建设与研究中, 饱和土体的动力响应问题始终备受关注。随着各类工程项目规模不断扩大且日益复杂, 像高层建筑、大型桥梁基础以及海上石油平台等结构在承受竖向激振荷载的情况愈发常见, 其工程质量的优劣直接关系到整个上部结构的安全性与稳定性。因而, 土体的特性对检测结果有着不可忽视的影响。

在现有的研究中, 众多学者在土体动力响应领域开展了大量富有成效的工作。例如, 吴君涛^[1]等学者提出了完整桩-虚土桩-桩周均质土模型, 深入探讨了在既有的桩基振动理论上, 饱和土体的动力响应规律及其特性。张智卿、王奎华^[2]等学者将研究视角聚焦于非饱和土, 系统地研究了桩-土耦合振动问题, 为相关工程实践提供了新的思路和方法。李振亚、王奎华、丁海平和刘林超^{[3]-[4][5][6]}等学者关注非均质土中的振动特性以及管桩的纵向振动特性, 揭示了非均质土中复杂的振动现象和规律。此外, 萧如、毛济民、潘成筋^{[7]-[8][9]}等研究了桩土相互作用并进行了数值分析; 杨冬英、龚智超^{[10]-[11][12]}等学者考虑到横向惯性效应, 对大直径桩的振动问题展开了深入研究, 并取得了一系列丰富的研究成果。高柳、闫启方和吴文兵^{[13]-[14][15]}等学者研究了不同因素对桩纵向振动特性影响的研究, 比如施工扰动效应和土塞效应。叶梓、黄强^{[16]-[17]}等学者研究土体动力响应与桩、板、梁的相互作用, 动力响应特征。然而, 现阶段主要基于干土或非饱和土理论, 忽略了饱和土特有的固液耦合效应, 并且

对土体动力响应的研究存在不足。综合上述分析, 本文将对竖向激振引起的饱和土体动力响应问题开展研究, 探究不同因素对大直径桩-饱和土体动力响应的影响, 为土体特性检测的实际应用提供理论依据和支撑。

1 理论模型与剪切复刚度求解

1.1 理论模型与假定条件

如图 1 所示, 该模型描述了一种均质饱和土中的粘弹性桩, 桩总长为 H , 桩半径为 r_0 , 竖向激振力 $q(t)$ 作用在桩顶中心, 桩侧土与桩身的摩擦力为 $f(z) = 2\pi_0 r$ 。

本文模型采用以下假定:

(1) 桩被假定为具有均匀横截面的粘弹性结构, 视为 Rayleigh-Love 杆件, 其弹性表现以及能量耗散特性分别由弹性模量和材料阻尼 E_p 和 η_p 来决定;

(2) 桩侧土体在无穷远处位移为 0, 桩-土系统完全接触, 接触面上位移、应力连续;

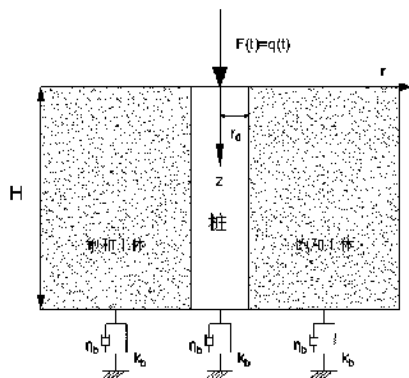


图 1 计算模型图

(3) 桩底为粘弹性支承, 弹性系数和阻尼系数分别为

k_b 、 η_b ;

(4) 桩周土为饱和土体, 满足 Novak 薄层法假定, 不考虑径向位移。

1.2 剪切复刚度求解

根据饱和多孔介质理论和 Novak 薄层法的假设, 土体的动力控制方程为:

$$\left\{ \begin{aligned} \mu^s \left(\frac{\partial^2 u^s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u^s}{\partial r} \right) - [\rho^s \frac{\partial^2 u^s}{\partial t^2} - s_v (\frac{\partial u^L}{\partial t} - \frac{\partial u^s}{\partial t})] &= 0 \\ \rho^L \frac{\partial^2 u^L}{\partial t^2} + s_v (\frac{\partial u^L}{\partial t} - \frac{\partial u^s}{\partial t}) &= 0 \end{aligned} \right. \quad (2.1)$$

其中, μ^s 为饱和土中固相位移, μ^L 为饱和土中液相位移; n^s 为固相体积分数, n^L 为液相体积分数, ρ^s 为固相表观密度, ρ^L 液相表观密度; s_v 为液固耦合系数。

对式 (2.1) 进行拉普拉斯变换得:

$$\mu^s \left(\frac{\partial^2 U^s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U^s}{\partial r} \right) - [\rho^s s^2 - \frac{(s_v s)^2}{\rho^L s^2 + s_v s} + s_v s] U^s = 0 \quad (2.2)$$

由式 (2.2) 易得饱和土体纵向振动方程为:

$$r^2 \frac{\partial^2 U^s}{\partial r^2} + r \frac{\partial U^s}{\partial r} - r^2 \alpha^2 U^s = 0 \quad (2.3)$$

式中, $\alpha^2 = [\rho^s s^2 - \frac{(s_v s)^2}{\rho^L s^2 + s_v s} + s_v s] / \mu^s$

解微分方程 (2.3), 由于无穷远处土体位移为零, 故 $B=0$ 可得:

$$U^s(r) = AK_0(\alpha r) \quad (2.4)$$

饱和土中的竖向剪切应力为:

$$\tau(r) = \mu^s \frac{dU^s(r)}{dr} = -\mu^s \alpha AK_1(\alpha r) \quad (2.5)$$

故单位长度上饱和土体对桩的剪切复刚度为:

$$K_0 = \frac{-\tau_0}{U_z^s} = \frac{r_0 \mu^s \alpha K_1(r_0 \alpha)}{K_0(r_0 \alpha)} \quad (2.6)$$

2 动力耦合方程的求解

2.1 土体动力响应的求解

$$E_p A_p \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \eta_p A_p \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2} + \rho_p A_p v_p^2 r_0^2 \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial z^2} - \rho_p A_p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - f(z, t) = 0 \quad (3.1)$$

桩顶和桩底的边界条件为:

$$\left[E_p A_p \frac{\partial u}{\partial z} + \eta_p A_p \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} + \rho_p A_p v_p^2 r_0^2 \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial t^2 \partial z} \right] \Big|_{z=0} = -q(t)$$

$$\left[E_p A_p \frac{\partial u}{\partial z} + \eta_p A_p \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} + \rho_p A_p v_p^2 r_0^2 \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial t^2 \partial z} + \eta_b A_p \frac{\partial u}{\partial t} + k_b A_p u \right] \Big|_{z=H} = 0 \quad (3.2)$$

初始条件为:

$$\left. \begin{aligned} u(z, t) \Big|_{t=0} &= 0 \\ \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

结合初始条件 (3.3) 对式 (3.1) 进行 Laplace 变换整理得:

$$\frac{\partial^2 U(z, \omega)}{\partial z^2} + \lambda^2 U(z, \omega) = 0 \quad (3.4)$$

式中,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{V_p^2 + \eta_p s / \rho_p - v_p^2 r_0^2 \omega^2}} \sqrt{\omega^2 - \frac{K_0}{\rho_p A_p}},$$

$V_p = \sqrt{E_p / \rho_p}$, 是纵波在桩体中的传播速度。

对式 (3.4) 解微分方程得:

$$U(z, \omega) = D_1 \cos(\lambda z) + D_2 \sin(\lambda z) \quad (3.5)$$

式中, D_1 、 D_2 均为由边界条件决定的待定系数。

由于桩土接触处土体位移与桩的位移相等, 可求得土体位移系数 A, 并结合桩顶边界条件和桩底边界条件 (3.2) 带入式 (3.5) 可得:

$$A = \frac{U(z, \omega)}{K_0(\alpha r_0)} \quad (3.6)$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \tan(\lambda H - \phi) \quad (3.7)$$

依据式 (3.5) 与 (3.2), 结合位移阻抗函数的定义,

可以求解位移阻抗函数为:

$$Z_{p0} = -\frac{K_0(\alpha r)}{K_0(\alpha r_0)} \cdot \lambda A_p (E_p + \eta_p s - \rho_p v_p^2 r_0^2 \omega^2) \tan(\lambda H - \phi) \quad (3.8)$$

式

中

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{i\omega\eta_b + k_b}{E_p + \eta_p i\omega - \rho_p v_p^2 r_0^2 \omega^2}\right) = \arctan\left(\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{i\bar{\omega}\bar{\eta}_b + \bar{k}_b}{1 + i\bar{\omega}\bar{\eta}_p - \bar{v}_p^2 \bar{r}_0^2 \bar{\omega}^2}\right),$$

其中,

$$\bar{\lambda} = \lambda H, \quad \bar{r}_0 = r_0 / H, \quad \bar{\omega} = \omega T_c, \quad \bar{\eta}_p = \eta_p / (E_p T_c),$$

$$\bar{k}_b = k_b H / E_p, \quad \bar{\eta}_b = \eta_b H / (E_p T_c), \quad \text{其中 } T_c = H / V_p。$$

频域响应为:

$$H_v(\omega) = \frac{s}{Z_{p0}} = -\frac{K_0(\alpha r)}{K_0(\alpha r_0)} \cdot \frac{i\bar{\omega}}{\lambda A_p (E_p + \eta_p s - \rho_p v_p^2 r_0^2 \omega^2) [\tan(\lambda H - \phi)]} \quad (3.9)$$

$$\text{设桩顶激励力 } q(t) = \begin{cases} q_0 \cdot \sin(\pi t / T_0), & 0 \leq t \leq T_0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中 T_0 为脉冲宽度, 对 $q(t)$ 进行拉普拉斯变换得

$$Q(\omega) = q_0 (1 + e^{-i\omega T_0}) \frac{\delta T_0}{\delta^2 - T_0^2 \omega^2}, \quad \text{则顶层土体速度时域响应为}$$

$V'(\bar{t}) = IFT[Q(\omega) \cdot H_v(\omega)]$, 进行无量纲化可得:

$$V'(\bar{t}) = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (1 + e^{-i\bar{\omega}\bar{t}}) \frac{\bar{T}_0}{\pi^2 - \bar{T}_0^2 \bar{\omega}^2} \cdot \frac{K_0(\alpha \bar{r})}{K_0(\alpha \bar{r}_0)} \cdot \frac{i\bar{\omega}}{\bar{\lambda}(1 + i\bar{\omega}\eta_p - \nu_p^2 \bar{\omega}^2) [\tan(\bar{\lambda} - \phi)]} e^{i\bar{\omega}\bar{t}} d\bar{\omega} \quad (3.10)$$

3 大直径桩 - 饱和土体动力响应分析

在上一节中, 我们已经推导出了饱和土中桩周土体的速度时域响应的表达式。通过深入分析桩土因素的作用机制, 将进一步揭示它们在不同工况下对土体动力响应的具体影响, 从而为桩基设计和施工提供理论依据。饱和土体的相关参数为: 土颗粒相对密度为 2.50, $k^L = 6 \times 10^{-7} \text{ m/s}$, $G^S = V_s^2 \cdot \rho^S$, $\zeta = 0.05$, $\bar{\eta}_b = 0.05$, $\bar{k} = 0.1$; 桩的相关参数为: $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$, $V_p = 4000 \text{ m/s}$, $\nu_p = 0.25$, $\bar{\eta}_p = 0$ 。

3.1 桩长和桩径对桩周土响应影响

主要参数为: $r_0 = 1.0 \text{ m}$, $V_s = 150 \text{ m/s}$, $n^L = 0.33$, $n^S = 0.67$ 。

通过对这些不同桩长条件下的响应进行对比分析, 旨在探讨桩长变化如何影响土体的动力响应, 尤其是桩周土体和桩顶的反应特性。桩长的不同将直接影响桩土相互作用的方式, 进而改变土体的动力响应模式。

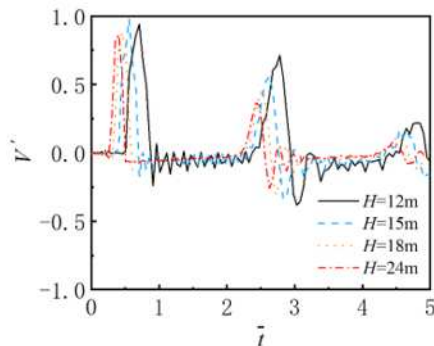


图2 桩长对桩周土响应影响

从图2中可以观察到, 随着桩长的不断增加, 桩底反射信号的幅值逐渐降低, 同时反射信号的宽度也随之明显变窄。这表明, 这种变化趋势本质上源于纵波在桩体中传播过程中存在的能量耗散与衰减效应。当桩长增加时, 纵波传播路径显著延长, 在传播过程中不可避免地受到桩体材料阻尼、桩侧与土体间摩擦耗能以及桩土界面能量透射等多种因素影响, 导致纵波能量逐渐减小。同时, 随着桩长的增加, 纵波在桩体内的往返传播时间增加, 反射信号回传桩顶时的相对持续时间相较于纵波的周期显得更短, 从而表现为反射信号宽度变窄。

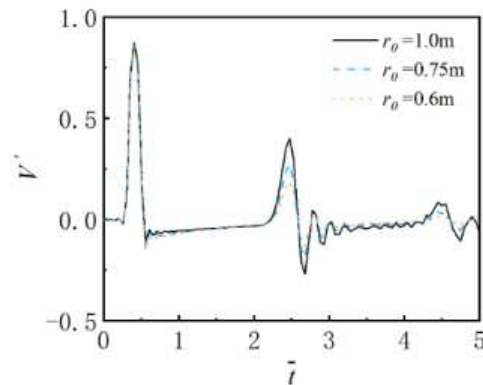


图3 桩径对桩周土响应影响

桩径作为桩基设计中的一个关键参数, 直接决定了桩土接触面的大小以及桩与周围土体之间的相互作用特性。分别取桩径为 1.0m, 0.75m, 0.6m, 如图3所示。

从图3可以看出, 桩径的变化对桩底反射信号幅值和波形形态具有显著影响, 当桩径增大时, 桩底反射信号的幅值明显提高, 同时信号曲线在后续的振荡也逐渐增强, 曲线起伏更明显。这是因为应力波在桩身中传播时, 其能量会随着传播距离在桩身横截面上分散开来。长径比大意味着桩身相对细长, 应力波在沿着桩身较长的距离向下传播过程中, 能量不断地在桩身材料内部被分散和吸收, 等到传播至附近土体时, 传递给土体的能量占最初激发能量的比例相对较小, 使得土体动力响应的幅值受限。

3.2 水体积分数对土体动力响应的影响

本文桩的主要研究环境为饱和土情况下, 故建立不同水体积分数饱和土中桩的振动方程, 具体水的水体积分数取 $n^L = 0.20$, $n^L = 0.35$, $n^L = 0.50$ 。

从图4可以看出, 随着饱和土中水的水体积分数的不断增加, 桩底反射信号的幅值表现出逐渐增大的趋势。这种现象产生的根本原因在于, 土体中水含量的增加导致了饱和土整体力学性质的改变。一方面, 随着水分含量的提高, 饱和土的整体密度呈现降低趋势, 而另一方面, 土体颗粒之间的接触与摩擦作用被水分所削弱, 使得饱和土的有效剪切模量下降。剪切模量是描述土体抗剪切变形能力的关键参数, 随着剪切模量降低, 土体变得更为柔软, 桩-土体系的动力阻抗特性随之发生显著变化。这种变化具体体现为桩和土体之间的阻抗差异(阻抗失配)增大, 使得从桩底反射回桩顶的应力波信号更加明显, 信号在桩-土界面处发生更强的反射。这便直接引起了图中桩底反射信号幅值随含水量增加

而增大的现象。

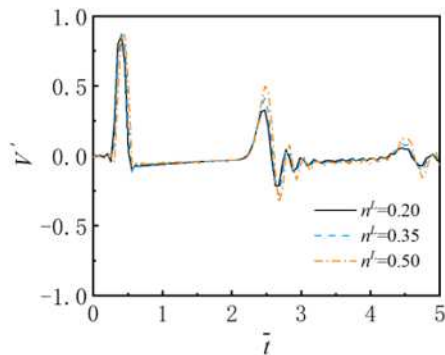
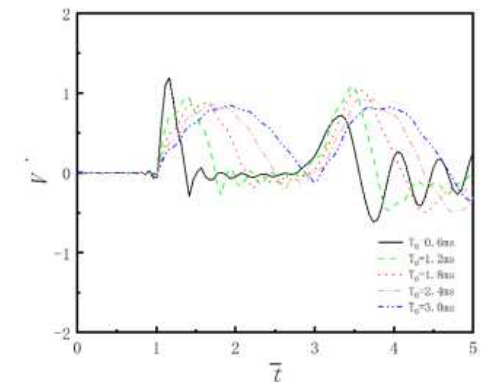


图4 水体积分数对桩周土体响应影响

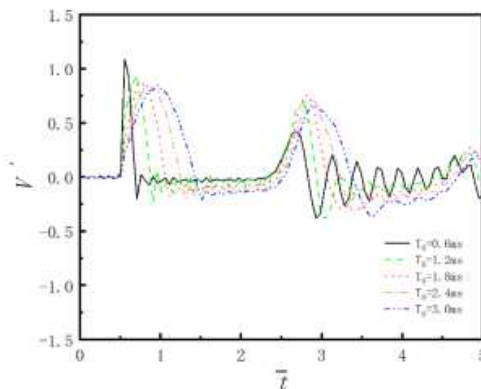
3.3 桩长不同时脉冲强度对土体动力响应的影响

根据2.3节中求解的函数可知,脉冲宽度仅影响桩周土响应,而对导纳曲线无影响。取 $n^l=0.33$, $n^s=0.67$, $V_s=150\text{m/s}$, $r_0=1.0\text{m}$, $T_0=1.2\text{ms}$,其他参数均不变。

从图5和图6中观察,在桩长确定的情况下,随着施加载脉冲宽度的逐步增加,桩周土体的速度时域响应呈现出振幅先增大再减小的规律。

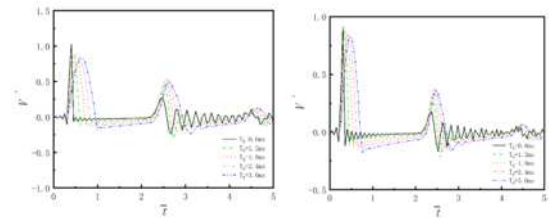


(a) $H=6\text{m}$



(b) $H=12\text{m}$

图5 桩长不同时脉冲宽度对桩周土体动力响应的影响



(a) $H=18\text{m}$

(b) $H=24\text{m}$

图6 桩长不同时脉冲宽度对桩周土体动力响应的影响

导致这一现象的原因是脉冲宽度的变化会影响应力波输入桩土体系的能量分布特性:当脉冲宽度较小时,虽然输入桩身的能量较集中,但由于能量传递的时间较短,因此土体内的动力响应较小;随着脉冲宽度逐渐增大,应力波持续作用时间延长,更多能量能够通过桩土界面进入土体,使桩周土体的动力响应显著增强。然而,当脉冲宽度继续增加到一定值后,作用时间过长的脉冲能量分散程度增加,单时刻进入土体的能量反而降低,使桩周土体的振动响应幅值又逐渐减小。随着脉冲宽度增大,桩周土响应曲线中桩底反射信号的宽度也逐步增加,其原因在于较宽的脉冲输入意味着能量在时间上的分布更加宽广,纵波在桩内传播时产生的波形扩展明显,这进一步导致反射信号的持续时间相应延长,曲线宽度增大。

3.4 不同土体距离对土体动力响应的影响

从图7中可以直观地发现,在顶层土体不同径向距离处,桩周土体动力响应表现出明显的差异。当土体与桩中心的距离逐渐增大时,桩周土体的动力响应幅值明显减小,振动波峰到达的时刻也呈现出逐渐延迟的趋势。此外,随着径向距离的增大,波形逐渐变得平缓,波动特征也逐渐减弱。

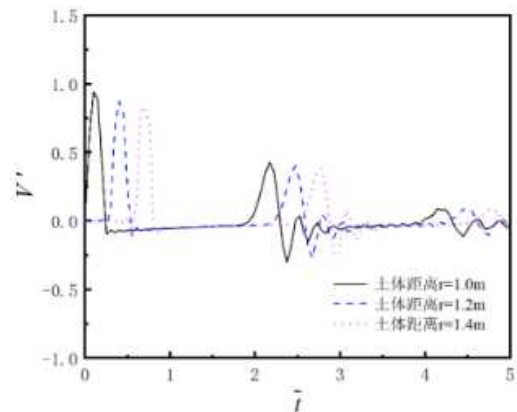


图7 土体距离对桩周土响应影响

造成这一现象的主要原因在于应力波在传播过程中存

在能量耗散效应。当径向距离增加时,应力波需经过更长的传播路径才能到达土体观测点,传播路径的增长导致更多的能量损失,土体接收到的振动能量明显减小。同时,应力波的传播速度有限,随着传播距离增加,波动信号到达较远处的土体点的时间必然延迟。此外,土体本身具有一定的阻尼作用,使得传播距离较远的位置处响应曲线的振荡衰减更明显,波形表现更加平缓。

4 结论

本文分析了饱和土中桩顶竖向激振引起的土体动力响应特性,求解出了土体动力响应的解析解,分析了相关参数对桩周土响应的影响,并得到以下结论:

(1)当桩长增加时,桩底反射信号幅值减小、宽度变窄,反映纵波传播能量衰减显著;随着桩径的增大,桩底反射信号的幅值及后续振荡幅度均明显增强,桩土界面的阻抗差异增加,导致界面反射效应更加突出。

(2)随着饱和土中水体积分数的增加,桩底反射信号幅值逐渐增大,桩-土界面的阻抗差异也明显增大,应充分重视土体高含水量引起的结构动力响应放大效应,保证结构的安全性及稳定性。

(3)不同桩长下,脉冲宽度影响桩周土壤速度时域响应,桩长不变时,脉冲宽度增加使振动响应幅值先升后降、反射信号宽度增大,存在最优脉冲宽度以获得最大响应幅值,较长的脉冲宽度显著增加桩底反射信号的持续时间,在低应变桩基检测中可能会影响数据的分析和判读精度。

(4)随着距桩中心距离的增大,土体响应幅值显著减小,波峰到达时间延迟,响应波形趋于平缓,波动特征逐渐减弱。

参考文献:

[1] 吴君涛. 桩顶及附近激振引起的周围土体动力响应及应用研究 [D]. 浙江大学, 2020.

[2] 张智卿, 王奎华, 李强, 等. 非饱和土中端承桩纵向振动问题简化解 [J]. 工程力学, 2010, 27(5): 159-165.

[3] 李振亚, 王奎华. 考虑横向惯性效应时非均质土中大直径桩纵向振动特性及其应用 [J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(01): 243-253.

[4] 杨冬英, 王奎华, 丁海平. 双向非均质土中基于连续介质模型的桩动力响应特性分析 [J]. 土木工程学报, 2013, 46(3): 119-126.

[5] 杨冬英, 丁海平. 非均质土中桩端扩散虚土桩法的桩基纵向振动研究 [J]. 岩土力学, 2014, 35(S1): 311-318.

[6] 刘林超, 闫启方, 刘滕, 等. 基于多孔介质理论的非均质饱和土中单桩的纵向振动 [J]. 河南大学学报(自然科学版), 2015, 45(03): 367-372.

[7] 萧和, 冯健雪, 马秀如, 等. 桩-土相互作用研究进展 [J]. 土工基础, 2024, 38(3): 453-458.

[8] 毛济民, 杨雪强, 连继业, 等. 顶管沉井施工引起的桩土变形之数值模拟 [J]. 土工基础, 2023, 37(06): 959-965.

[9] 潘成筋, 潘呈刚. 单桩桩-土水平相互作用平面数值分析 [J]. 土工基础, 2017, 31(03): 322-324.

[10] 龚志超, 杨冬英. 考虑横向惯性效应时饱和土中大直径桩的纵向振动研究 [J]. 振动与冲击, 2018, 37(02): 163-168.

[11] 何梦泽, 杨冬英, 汤范杨. 饱和土中变截面大直径桩纵向振动理论解和数值解对比分析 [J]. 科学技术与工程, 2019, 19(34): 315-322.

[12] 何伟杰. 大直径桩-非均质土耦合振动理论研究 [D]. 苏州科技学院, 2015.

[13] 高柳, 王奎华, 李振亚, 等. 考虑桩周土竖向作用和施工扰动效应时大直径楔形桩的纵向振动特性 [J]. 振动与冲击, 2018, 37(2): 30-37.

[14] 刘林超, 闫启方. 土塞效应对饱和土中外露管桩纵向振动影响 [J]. 扬州大学学报(自然科学版), 2016, 19(2): 57-61.

[15] 王奎华, 吴文兵, 马少俊, 等. 桩底沉渣对桩的纵向振动特性影响研究及应用 [J]. 岩土工程学报, 2011, 33(8): 1227-1234.

[16] 叶梓. 层状非饱和土动力响应及其与桩、板、梁的竖向动力相互作用 [D]. 同济大学, 2022.

[17] 黄强. 桩土复合地基动力响应特征及桩体设计参数影响研究 [J]. 地下水, 2023, 45(6): 318-320.

作者简介: 马堃(1999—), 男, 汉族, 硕士研究生, 研究方向为岩土工程。